PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 18. 15. September 1911. Redaktionsschluß für No. 19 am 15. September 1911. 12. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

E. Wiechert, Relativitätsprinzip und Äther. II. S. 737.

J. Elster u. H. Geitel, Über den lichtelektrischen Effekt im Ultrarot und einige Anwendungen hochempfindlicher Kaliumzellen. S. 758.

F. Kaempf, Fluoreszenzabsorption und Lambertsches Absorptionsgesetz beim Fluoreszein. S. 761.

P. Ludewig, Ein Dämpfungsmesser für die Praxis der drahtlosen Telegraphie. S. 763.

R. Börnstein, Der tägliche Gang des Luftdrucks im Boden. S. 771.

W. v. Ignatowsky, Über Überlichtgeschwindigkeiten in der Relativtheorie. S. 776.

W. v. Ignatowsky, Eine Bemerkung zu meiner Arbeit: „Einige allgemeine Bemerkungen zum Relativitätsprinzip". S. 779.

M. Reinganum, Über die Änderung der inneren Reibung der Gase der Argongruppe mit der Temperatur. S. 779.

Zusammenfassende Berichte:

A. Wertheimer, Bericht über die XIX. Jahresversammlung des Verbandes Deutscher Elektrotechniker, München 1911. S. 780.

Besprechungen:

Wegener v. Dallwitz, Konstruktionsblätter für Flugtechniker. I. S. 783.

A. Föppl, Vorlesungen über Technische Mechanik. I. III. S. 784.

Tagesereignisse. S. 784.

Personalien. S. 784.

Gesuche. S. 784.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Relativitätsprinzip und Äther. II[1]).

Von E. Wiechert.

(Fortsetzung und Schluß.)

§ 12. Scheinbare Längenänderungen bei Änderungen der Schreitung.

Welcher Art der Anschauung man sich auch zuwenden will, jedenfalls ist durch die Beobachtungen, deren Übereinstimmung mit den Relativitätsgesetzen wir annehmen, klargestellt, daß bei der Bestimmung der Gleichzeitigkeit ein gewisser Bereich noch offen bleibt. Es soll jetzt nur noch mit solchen Zeitsystemen gerechnet werden, die innerhalb dieses offenen Bereiches liegen, die also den Ortszeiten eine möglich erscheinende Gleichzeitigkeit zuordnen. t und t' seien die Zeiten an den Orten der z-Achse auf der „isolierten Erde" in zwei solchen Zeitsystemen, dann müssen sie nach den Überlegungen des vorigen Paragraphen, wenn noch verschiedene Zeiteinheiten zugelassen werden, durch die Beziehung

$$t' = \alpha(t - \beta z) + K \qquad (53)$$

verbunden sein. K bedeutet hier eine für uns gleichgültige Konstante, die von der Wahl der Anfangspunkte für die Zeit abhängt. α wird durch die Wahl der Zeiteinheiten bestimmt und kann jeden beliebigen positiven Wert erhalten. β ist nach den früheren Darlegungen in einem engen Bereich eingeschlossen, welcher durch einen gewissen positiven und einen gewissen negativen Wert abgegrenzt wird. z kennzeichnet den Ort in dem materiellen Bezugssystem (etwa auf der isolierten Erde), in welchem die Zeitbestimmungen stattfinden. Das materielle System dient hier genau betrachtet nur zur Festlegung jenes Koordinatensystems, von dem wir die z-Achse betrachten. Man kann also auch sagen, daß z die Koordinate in einem Bezugssystem sei, von dem eine überall gleiche und gleichbleibende Schreitung angenommen wird.

Bei Auflösung von (53) folgt:

$$t = \alpha'(t' - \beta' z) + K', \qquad (54)$$

wobei

$$\alpha' = \frac{1}{\alpha}, \quad \beta' = -\alpha\beta, \quad K' = -\frac{1}{\alpha}K \qquad (55)$$

ist.

u sei die relative Geschwindigkeit parallel der z-Achse eines Körpers gegen das materielle System, bezüglich gegen das Koordinatensystem bei Zugrundelegung des Zeitsystems t, u' die entsprechende Geschwindigkeit für das Zeitsystem t'. Der Zusammenhang von u' mit u ergibt sich, wenn beachtet wird, daß zum Zeitintervall Δt die Verschiebung $\Delta z = u\Delta t$ gehört, also nach (53) auch das Zeitintervall

$$\Delta t' = \alpha(\Delta t - \beta u \Delta t). \qquad (56)$$

Es folgt wegen $u'\Delta t' = \Delta z$

$$u' = \frac{u}{\alpha(1 - \beta u)}. \qquad (57)$$

Es ist unsere Annahme, daß Änderungen der Dimensionen eintreten oder doch einzutreten scheinen, wenn die Schreitung eines Körpers sich ändert. Dieses Phänomen soll nun näher untersucht werden. Wir wählen einen Stab, der parallel der z-Richtung gehalten wird. Seine „Ruhlänge" (das heißt seine Länge im Falle der Ruhe gegenüber dem Koordinatensystem) ist ohne theoretische Bedenken zu bestimmen; sie sei L_0. L_u sei die Länge bei der Geschwindigkeit u bezüglich u', wenn sie im Zeitsystem t beurteilt wird, L_u' die entsprechende Länge, wenn das Zeitsystem t' zugrunde gelegt wird. L_u gibt dann den Abstand zweier Punkte im materiellen Bezugssystem an, die von den

1) I.: Diese Zeitschr. 12, 689, 1911.

beiden Enden des Stabes im System t „gleichzeitig" eingenommen werden; L_u' hat gleiche Bedeutung für das System t'. Um den Zusammenhang zwischen L_u' und L_u anzugeben, nehmen wir an, der Stab bewege sich in der Richtung der zunehmenden z, es sei also u positiv. Der Zeitmoment werde ins Auge gefaßt, wo das hintere Ende des Stabes im Koordinatenanfangspunkt liegt, wo also für dieses Ende $z = 0$ ist. Dabei sei $t = t_0$ und $t' = t_0'$; es liegt dann das vordere Stabende für $t = t_0$ bei $z = L_u$ und für $t' = t_0'$ bei $z = L_u'$. Wegen (53) ist $t_0' = \alpha t_0 + K$ und gehört zu $t = t_0$ und $z = L_u$ der Wert $t_1' = \alpha(t_0 - \beta L_u) + K$, so daß $t_0' - t_1' = \alpha\beta L_u$. Die Geschwindigkeit des Stabes im System t' wird durch u' angegeben; mit dieser legt das Vorderende in der Zeit von t_1' bis t_0' den Weg $L_u' - L_u$ zurück, also ist $L_u' = L_u + (t_0' - t_1')u'$. Bei Berücksichtigung von (55), (57) folgen nun sogleich die auch für negative Werte von u und u' geltenden Beziehungen:

$$L_u' = L_u \frac{1}{1 - \beta u}, \quad L_u = L_u' \frac{1}{1 + \alpha\beta u'}. \tag{58}$$

Hier zeigt sich, wie das Urteil über die Längenänderung bei Änderung des Bewegungszustandes von der Wahl von β, also des Zeitsystems beeinflußt wird. Wollte man nun die Meinung hegen, daß die Änderungen der Dimensionen bei Änderung der Schreitung nicht real, sondern nur scheinbar seien, verursacht durch ein falsches Urteil über die Gleichzeitigkeit, so wäre nach der gewöhnlichen Denkweise der Physik zu schließen, daß sich ein Zeitsystem — eben das der „wahren" Weltzeit — finden lassen müsse, in welchem die Änderungen verschwinden. Verwendet man für dieses t', so müßte also L_u' von der Geschwindigkeit unabhängig werden. Daraus würde nach (58) für das beliebig herausgegriffene Zeitsystem t folgen:

$$L_u = (1 - \beta u) L_0. \tag{59}$$

Hier wäre u beliebig und β eine gewisse Konstante. Traut man also der gewöhnlichen Denkweise, so wäre die Annahme, daß die beobachtbaren Änderungen der Dimensionen der materiellen Körper bei Änderung des Bewegungszustandes eine Folge eines falschen Urteils über die Gleichzeitigkeit seien, nur dann erlaubt, wenn sich bei beliebiger Wahl des Zeitsystems eine lineare Abhängigkeit der scheinbaren Länge von der Geschwindigkeit ergäbe. — Wir setzen hier die Gültigkeit der Relativitätsgesetze voraus, also ist anzunehmen, daß keines der Zeitsysteme die Länge in linearer Abhängigkeit zeigt. Es ergibt sich so für die gewöhnliche physikalische Denkweise die Notwendigkeit, nicht nur scheinbare, sondern wirkliche Änderungen der Dimensionen bei Änderung des Bewegungszustandes anzunehmen. Will man demgegenüber reale Änderungen in Abrede stellen, so ist man genötigt, das menschliche Urteil über die Änderungen der Dimensionen als hinfällig zu bezeichnen.

Es möge nun die experimentelle Untersuchung über die scheinbaren Änderungen der Dimensionen weiter fortgeführt werden. u sei wiederum die Relativgeschwindigkeit gegen das gewählte materielle Bezugssystem (etwa die isolierte Erde) bezüglich gegen das gewählte Koordinatensystem. Nach den Relativitätsgesetzen ist folgendes Resultat zu erwarten: Wird ein beliebiges der möglich scheinenden Zeitsysteme zugrunde gelegt, so zeigt die scheinbare Länge L_u bei einem gewissen Wert der Relativgeschwindigkeit u ein Maximum; je mehr sich u von diesem Wert entfernt, um so kleiner wird L_u, um schließlich für eine gewisse Relativgeschwindigkeit u nach der einen Seite, und ebenso für eine gewisse Geschwindigkeit nach der anderen Seite unendlich klein zu werden. Die Schreitung, zu welcher sich der Maximalwert der Länge zuordnet, verschiebt sich bei wechselnder Wahl des Zeitsystemes; der Maximalwert wächst um so mehr und schließlich über alle Grenzen, je größer die zugehörige Relativgeschwindigkeit u wird. — Bei einem bestimmten Zeitsystem, das hierdurch vor allen andern ausgezeichnet ist, wird sich der Maximalwert der Länge gerade dem Fall der relativen Ruhe zuordnen.

Ähnliches gilt auch für die anderen Bewegungsrichtungen. Die Folge ist, daß für die gegebene Schreitung des Koordinatensystems unter allen Systemen der Gleichzeitigkeit eines ausgezeichnet erscheint, nämlich dasjenige, in welchem jeder materielle Körper bei Variationen der relativen Bewegung gegen das Koordinatensystem, aber unter sonst gleichen Umständen, gerade im Falle der relativen Ruhe maximale Dimensionen zeigt. Auf diese Weise wird durch das Verhalten der Materie jeder Schreitung ein besonderes System der Gleichzeitigkeit zugeordnet; dieses soll dann als das zur Schreitung gehörige „symmetrische Zeitsystem" bezeichnet werden.

§ 13. Symmetrische Raum-Zeit-Systeme.

Den symmetrischen Zeitsystemen sollen nun „symmetrische Raumkoordinatensysteme" an die Seite gestellt werden. Die Vereinigung beider wird dann „symmetrische Raum-Zeit-Systeme" ergeben. — In einem symmetrischen Zeitsystem scheint in bezug auf das Verhalten der Materie keine Richtung des Raumes vor der anderen ausgezeichnet. Darin soll auch das Charakteristikum des symmetrischen Raum-

koordinatensystemes gesucht werden. Demgemäß soll ein Raumkoordinatensystem dann symmetrisch heißen, wenn die Längeneinheiten für die verschiedenen Richtungen so aufeinander bezogen sind, daß ein jeder materielle Körper, der unter sonst gleichen Umständen nacheinander in irgendwelchen verschiedenen Orientierungen zu relativer Ruhe gegen das Koordinatensystem gebracht wird, zwischen irgend zwei seiner Punkte stets der Maßzahl nach den gleichen Abstand zeigt. Nach den Relativitätsgesetzen darf angenommen werden, daß hier das Material des gerade gewählten materiellen Körpers ebenso ohne Einfluß ist, wie bei der Feststellung des symmetrischen Zeitsystems.

Wie leicht ersichtlich, ist ein zu irgendeiner vorgegebenen Schreitung gehöriges symmetrisches Raum-Zeit-System vollständig bestimmt, wenn außer den Achsenrichtungen und den Anfangspunkten für die Raumkoordinaten und die Zeit noch die Zeiteinheit und eine Längeneinheit für eine beliebige Richtung vorgeschrieben wird.

Zwischen den symmetrischen Raum-Zeit-Systemen, die zu den verschiedenen Schreitungen gehören, bestehen Beziehungen, die in dem Verhalten der Materie begründet sind. Um sie klar hervortreten zu lassen, sollen nun noch die Einheiten der Länge und der Zeit für die verschiedenen Systeme zweckmäßig gewählt werden. Zu diesem Zweck wird festgesetzt

1. in bezug auf die Längeneinheiten: diese sind in den verschiedenen Systemen so zu wählen, daß ein jeder materielle Körper, der unter sonst gleichen Umständen von relativer Ruhe in einem System zu relativer Ruhe in einem anderen System übergeführt wird, hier den Maßzahlen nach die früheren Dimensionen zeigt;

2. in bezug auf die Zeiteinheiten: diese sind so zu wählen, daß für irgend zwei Systeme die relative Bewegung der Systeme gegeneinander sich von beiden aus beurteilt durch Geschwindigkeiten darstellt, die den Maßzahlen nach gleich groß erscheinen.

Ganz gewiß ist bei den so gemachten Festsetzungen völlig klar, daß nun nicht etwa aus der formalen Gleichheit der Dimensionen, welche ein Körper in zwei Schreitungen zeigt, irgendein Schluß auf physikalische Gleichheit der beiden Zustände gezogen werden darf. Und ebensowenig scheint es erlaubt, die Gleichwertigkeit der Zeitsysteme in allen physikalischen Hinsichten zu behaupten.

Um bei unseren Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen den Raum-Zeit-Systemen die Anschauung zu erleichtern, wollen wir zwei gleiche materielle Maßstäbe M und M' als Repräsentanten zweier bestimmter Schreitungen S und S' annehmen, indem wir uns vorstellen, daß M und M' bei den Versuchen diese Schreitungen erhalten. Es sollen ihnen dabei solche Orientierungen gegeben werden, daß sie parallel liegen, und sich relativ zueinander parallel ihrer Längsrichtung verschieben. — Die Angabe der „Gleichheit" der beiden Stäbe soll bedeuten, daß die Stäbe genau übereinstimmen, wenn sie, auf gleiche Schreitung gebracht, in relativer Ruhe beieinander liegen. Die Teilungen kennzeichnen dann sofort Raumkoordinaten gemäß den soeben gemachten Festsetzungen über die Einheiten; wir wollen sie die z-, bezüglich die z'-Koordinaten nennen.

Zwischen den Systemen der Zeit besteht die Beziehung (53). Die Konstante K ist für unsere Untersuchungen ohne jede Bedeutung und soll daher $= 0$ gesetzt werden. Dann ist zu schreiben

$$t' = \alpha(t - \beta z). \tag{60}$$

t' bedeutet hier die Zeit im System (t') desjenigen Punktes von M', der zur Zeit t im System (t) sich bei der durch z bezeichneten Stelle von M befindet. Wegen der Symmetrie der Systeme (S, z, t) und (S', z', t') muß auch eine Formel $t = \alpha'(t' - \beta' z') + K'$ gelten. Der Versuch soll so angeordnet werden, daß zur Zeit $t = 0$ die beiden Koordinatenanfangspunkte aneinander vorbeigehen, dann wird auch $K' = 0$, so daß zu (60) die Beziehung

$$t = \alpha'(t' - \beta' z') \tag{61}$$

hinzutritt. t gibt die Zeit im System (t) für denjenigen Punkt von M an, der sich zur Zeit t' im System (t') bei der durch z' bezeichneten Stelle von M' befindet.

(60) und (61) ergeben:

$$\left.\begin{aligned} z' &= -\frac{\alpha\beta}{\beta'} z - \frac{1 - \alpha\alpha'}{\alpha'\beta'} t, \\ z &= -\frac{\alpha'\beta'}{\beta} z' - \frac{1 - \alpha\alpha'}{\alpha\beta} t'. \end{aligned}\right\} \tag{62}$$

Die Formeln (60), (61), (62) enthalten 4 Konstanten: $\alpha, \beta, \alpha', \beta'$. Zwischen diesen bestehen andere Beziehungen als (55), da ja nun t' zu z' und nicht mehr zu z zugeordnet wird. Um die neuen Beziehungen zu finden, beachten wir zunächst die Festsetzung über die Zeiteinheiten.

Ein materieller Punkt P sei so in gleichmäßiger Schreitung begriffen, daß er sich parallel den Stäben M und M' bewegt; die Geschwindigkeit im System (z, t) beurteilt (also relativ zu M) sei u, diejenige im System (z', t') beurteilt (also relativ zu M') sei u'. t_0 sei der Zeitmoment, in welchem $z = 0$ passiert wird, dann wird der Raumpunkt $z = u$ zur Zeit $t_0 + 1$ passiert. Zu $t = t_0$, $z = 0$ gehört nach (60): $t' = \alpha t_0$, zu $t = t_0 + 1$, $z = u$ ebenso: $t' = \alpha t_0 + \alpha - \alpha\beta u$. Die Differenz der beiden Zeiten ist $\Delta t' = \alpha(1 - \beta u)$. In gleicher Weise liefert

die erste der Gleichungen (62) für dieselben beiden Lagen des sich bewegenden Punktes $\Delta z' = -(1 - \alpha\alpha'[1 - \beta u])/\alpha'\beta'$, also folgt wegen $\Delta z'/\Delta t' = u'$:

$$u' = -\frac{1 - \alpha\alpha'(1 - \beta u)}{\alpha\alpha'(1 - \beta u)} \frac{1}{\beta'}. \tag{63}$$

Wegen der Symmetrie unserer Formeln kann man hier die gestrichenen mit den ungestrichenen Buchstaben vertauschen. Die Symmetrie kommt auch in (63) zur Geltung, wenn man diese Formel in der Form

$$(1 - \beta u)(1 - \beta' u') = \frac{1}{\alpha\alpha'} \tag{64}$$

schreibt.

Setzt man in (64) $u' = 0$, so ruht der Punkt im System (z', t'), es stellt also dann u die Relativgeschwindigkeit des Stabes M' gegen den Stab M dar, beurteilt im System (z, t). Diese Relativgeschwindigkeit mag mit v bezeichnet werden, dann folgt:

$$1 - \beta v = \frac{1}{\alpha\alpha'}. \tag{65}$$

Ebenso ergibt sich für $u = 0$:

$$1 - \beta' v' = \frac{1}{\alpha\alpha'}, \tag{66}$$

wenn v' die Relativgeschwindigkeit der beiden Stäbe darstellt, beurteilt im System (z', t').

Gemäß der im Anfang des Paragraphens gemachten Festsetzung über die Zeiteinheiten ist zu schreiben

$$v' = -v, \tag{67}$$

so daß wegen (65), (66)

$$\beta' = -\beta \tag{68}$$

folgt. (60), (61), (62) gehen nun über in:

$$\left.\begin{aligned} t' &= \alpha(t - \beta z), & z' &= \alpha(z - vt); \\ t &= \frac{t' + \beta z'}{\alpha(1 - \beta v)}, & z &= \frac{z' + vt'}{\alpha(1 - \beta v)}; \end{aligned}\right| \tag{69}$$

(64) wandelt sich um in

$$(1 - \beta u)(1 + \beta u') = 1 - \beta v, \tag{70}$$

und an Stelle von (63) tritt

$$u' = \frac{u - v}{1 - \beta u}, \qquad u = \frac{u' + v}{1 + \beta u'}. \tag{71}$$

Von den 4 Konstanten α, β, α', β' sind hier nur noch 2 übrig geblieben, α und β. Eine Konstante wurde durch die Relativgeschwindigkeit v ersetzt, eine zweite durch die Festsetzung über die Zeiteinheiten eliminiert.

Ein materieller Körper K möge sich $\| z$ bezüglich $\| z'$ relativ zu den beiden Bezugssystemen M und M' bewegen. Es wird bequem sein, den Körper K ebenfalls in Form eines Stabes zu denken. Seine Länge sei L und L', je nachdem sie im System (z, t) oder im System (z', t') beurteilt wird. Die Ruhlängen in diesen beiden Systemen seien L_0, L_0'; es bezeichne also zum Beispiel L_0 die Länge von K, wenn dieser Stab in relativer Ruhe an den Stab M gelegt wird. Da M, M' gleiche Stäbe sein sollen und wir annehmen, daß alle materiellen Körper bei Bewegungsänderungen die gleichen Dimensionsänderungen zeigen, muß

$$L_0' = L_0 \tag{72}$$

sein. Diese Formel spricht unsere Festsetzung über die Längeneinheiten aus. Zur Abkürzung soll

$$\frac{L}{L_0} = f(u), \qquad \frac{L'}{L_0'} = \frac{L'}{L_0} = f'(u') \tag{73}$$

gesetzt werden; $f(u)$ und $f'(u')$ erscheinen dann als durch die Natur gegebene Funktionen von u bezüglich u', wenn u und u' die Geschwindigkeiten des Körpers K in den Systemen (z, t) und (z', t') bedeuten.

K ruhe im System (z', t') am Stab M'; seine Endpunkte mögen bei z_1' und $z_2' = z_1' + L_0'$ liegen. Diese Werte sind von der Zeit t' unabhängig; nun ergibt die Formel $z' = \alpha(z - vt)$ zu einem bestimmten Zeitpunkt t für die Lage der beiden Endpunkte von K die Koordinaten $z_1 = vt + z_1'/\alpha$ und $z_2 = vt + z_1'/\alpha + L_0'/\alpha$, es ist also $L = L_0'/\alpha$, oder wegen (72) und da hier $u = v$ ist:

$$\frac{1}{\alpha} = f(v). \tag{74}$$

Hiermit ist α gemäß (72), also durch unsere Festsetzung über die Längeneinheiten bestimmt worden. — Jetzt bleibt noch die Bestimmung von β. Hierzu muß der Fall einer beliebigen Schreitung von K untersucht werden. Um die Darstellung bequemer zu gestalten, soll angenommen werden, daß die Bewegung im System (z, t) in der Richtung der wachsenden z erfolgt und zwar so, daß das hintere Ende von K gerade zur Zeit $t = 0$, $t' = 0$ im Punkt $z = 0$, $z' = 0$ liegt. Dann liegt das vordere Ende zur Zeit $t' = 0$ bei $z' = L' = L_0 f(u')$, also nach (69) zur Zeit

$t = \beta L_0 f(u')/\alpha(1 - \beta v)$ bei $z = L_0 f'(u')/\alpha(1 - \beta v)$. Da die Geschwindigkeit im System (t, z) durch u gegeben ist, muß das vordere Ende zur Zeit $t = 0$ um $u\beta L_0 f'(u')/\alpha(1 - \beta v)$ näher an $z = 0$ gelegen haben. Zur Zeit $t = 0$ war aber die Entfernung von $z = 0$ durch $L = L_0 f(u)$ angegeben, also folgt:

$$f(u) = f'(u')(1 - \beta u)/\alpha(1 - \beta v)$$

und daher auch:

$$f'(u') = \frac{1 - \beta v}{f(v)} \frac{f(u)}{1 - \beta u}. \tag{75}$$

Die beiden Zeitsysteme (t) und (t') sollen symmetrische Systeme sein, das heißt für $u = 0$, bezüglich für $u' = 0$ sollen L bezüglich L', also auch f bezüglich f' ihre Maximalwerte zeigen. Es muß also

$$\left(\frac{df(u)}{du}\right)_{u=0} = 0, \quad \left(\frac{df'(u')}{du'}\right)_{u'=0} = 0 \tag{76}$$

sein. — (75) und (71) ergeben

$$\frac{df'(u')}{du'} = \frac{(1-\beta u)^2}{f(v)} \frac{d}{du}\left[\frac{f(u)}{1-\beta u}\right]. \tag{77}$$

Bedenkt man noch, daß zu $u' = 0$ gehört $u = v$, so folgt wegen der zweiten Gleichung (76):

$$\left(\frac{d}{du}\left[\frac{f(u)}{1-\beta u}\right]\right)_{u=v} = 0, \tag{78}$$

und daraus weiter:

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{\beta} &= v - \left(\frac{f(u)}{\frac{df(u)}{du}}\right)_{u=v}, \\ \frac{1}{1-\beta v} &= 1 - v\left(\frac{1}{f(u)}\frac{df(u)}{du}\right)_{u=v}. \end{aligned}\right| \tag{79}$$

In diesen Formeln liegt die Bestimmung der vierten und letzten Konstanten, nämlich β. Wie man sieht, wird sie geboten durch die Bedingung, daß auch das System (x', y', z', t') symmetrisch sein soll.

So sind nun durch (74) und (79) in (69) alle diejenigen Größen durch die Relativgeschwindigkeit v der beiden gegebenen Schreitungen bestimmt, welche erforderlich sind, um die zu den Schreitungen gehörigen Raum-Zeit-Systeme (z, t) und (z', t') aufeinander zu beziehen. — Willkürlich bleibt bei gegebenen Schreitungen der beiden materiellen Systeme M und M' nur noch die Wahl einer der beiden Zeiteinheiten für t und t' und eine der beiden Längeneinheiten für z und z'.

§ 14. Gruppe der symmetrischen Raum-Zeit-Systeme.

Zwar nehmen wir die Relativitätsgesetze als gültig an, aber es soll vorläufig noch die Elektrodynamik aus unseren Untersuchungen ausgeschaltet werden. So ist auch ein Hinweis auf die Lorentzschen Raum-Zeit-Systeme zu vermeiden; an Stelle dieser Systeme treten für uns die symmetrischen Systeme, welche durch das Verhalten der Materie den Schreitungen zugeordnet werden. Im vorigen Paragraphen wurde dargelegt, wie je zwei dieser Systeme untereinander verbunden sind. Die Relativitätsgesetze verlangen nun, daß das Verhalten der Materie gegen alle symmetrischen Systeme genau gleich erscheine, und daß auch für jedes einzelne Raum-Zeit-System das Verhalten unverändert erscheine, wenn die Bewegungsrichtung geändert wird. — Für unsere jetzige Untersuchung, die sich auf eine Linienorientierung mit den beiden zugehörigen entgegengesetzten Richtungen bezieht, sind die Relativitätsgesetze hiernach so zu formulieren:

$$f'(u) = f(u'), \tag{80}$$

$$f(-u) = f(+u), \tag{81}$$

wobei u jeden Wert erhalten darf. Zu welchen Folgerungen führen nun diese Annahmen? Wenn $u = 0$ und also $u' = -v$ gesetzt wird, und wenn man dabei bedenkt, daß $f(0) = 1$ ist, ergibt (75) wegen (80) und (81)

$$[f(v)]^2 = 1 - \beta v. \tag{82}$$

Fügt man hierzu (79), so folgt weiter

$$\frac{1-[f(v)]^2}{[f(v)]^2} = -v\left(\frac{1}{f(u)}\frac{df(u)}{du}\right)_{u=v}. \tag{83}$$

Es soll nun zur Abkürzung

$$f = f(u)$$

gesetzt werden. Ferner wollen wir noch bedenken, daß für v in (83) jeder beliebige Wert der Variablen u gesetzt werden darf, dann tritt leicht hervor, daß (83) die Form

$$\frac{1-f^2}{f} = -u\frac{df}{du}, \tag{84}$$

oder auch

$$\frac{f\,df}{1-f^2} = -\frac{du}{u} \tag{85}$$

erhalten darf. Als Lösung ergibt sich sogleich

$$f = f(u) = \sqrt{1 - \frac{u^2}{C^2}}, \tag{86}$$

wobei C eine Integrationskonstante ist. — Achtet man auf die Bedeutung von $f = f(u)$, die nach (73) durch $L = fL_0$ bestimmt ist, und bedenkt auch die Beziehung (80), so läßt sich die Aussage (86) in Form des folgenden Satzes aussprechen:

Die Relativitätsgesetze sind nur dann erfüllt, wenn die Längenänderungen der Körper bei der Bewegung, beurteilt in irgendeinem der symmetrischen Systeme für Raum und Zeit, so erfolgen, daß ein Körper mit der Ruhlänge L_0 bei der Geschwindigkeit u parallel der Längsrichtung die Länge

$$L = L_0\sqrt{1 - \frac{u^2}{C^2}} \tag{87}$$

zeigt. Dabei ist C eine gewisse Konstante, die für alle materiellen Körper, für alle symmetrischen Raum-Zeit-Systeme und für alle Richtungen in diesen den gleichen Wert haben muß, die also universelle Bedeutung hat.

Nach (74), (82) folgen nun die Beziehungen:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}, \quad \beta = \frac{v}{C^2}, \tag{88}$$

so daß (69) und (71) übergehen in:

$$\left.\begin{aligned} t' &= \frac{t - \frac{v}{C^2} z}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}, \qquad z' = \frac{z - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}, \\ t &= \frac{t' + \frac{v}{C^2} z'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}, \qquad z = \frac{z' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}. \end{aligned}\right| \tag{89}$$

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{vu}{C^2}}, \qquad u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{C^2}}. \tag{90}$$

Ein Vergleich von (89) mit den Formeln (1) zeigt, daß die Relativitätsgesetze schon dann, wenn sie allein auf die Dimensionsänderungen materieller Körper bei Änderung der Schreitung angewandt werden, notwendig zur Konstruktion von Raum-Zeit-Systemen nach Art der Lorentz-Gruppe führen. Der Wert der Konstanten C, die bei der Lorentz-Gruppe zu der Lichtgeschwindigkeit wird, stellt sich hier dar als Resultat des Verhaltens der Materie. Je kleiner C wäre, um so mehr unterschiede sich nach (87) bei gleicher relativer Geschwindigkeit die scheinbare Länge L von der Ruhlänge L_0 in dem betreffendem Raum-Zeit-System.

§ 15. Grenzschreitungen. Äther.

In allen unseren bisherigen Untersuchungen ergab sich bei dem Zusammenschluß der Zeiten an verschiedenen Orten zu den symmetrischen Systemen die „Gleichzeitigkeit" als ein rein mathematisches Band. Sie erschien überhaupt für die hier betrachteten Erscheinungen als etwas Nebensächliches; die Zeitsysteme selbst bildeten nur Hilfskonstruktionen. Das, worauf es ankam, war die Untersuchung des Verhaltens der Materie bei Änderungen der Schreitung. In dieser Hinsicht haben wir nun noch einen Schritt zu machen, der für die Entwicklung der theoretischen Auffassung von fundamentaler Bedeutung ist.

Wir gehen aus von einer beliebigen Schreitung und fassen ein in dieser befindliches materielles System ins Auge, das also keinerlei innere Verschiebungen, keine Drehung erfährt, und auch im ganzen keine Beschleunigung zeigt; es soll „Vergleichssystem" heißen. Mit der so gekennzeichneten „Vergleichsschreitung" sollen die anderen Schreitungen verglichen werden, indem wir uns irgendeinen materiellen Körper, der „Versuchskörper" heiße, bald in die Vergleichsschreitung, bald in eine beliebige andere Schreitung übergeführt denken. Das Vergleichssystem, welches in Gedanken beliebig weiter ausgebaut werden kann, gibt die Möglichkeit, für die theoretischen Betrachtungen ein die gesamte Welt umspannendes Raumkoordinatensystem festzulegen. Der Versuchskörper kann so irgendwo in der Welt gedacht werden. Stets, wo der Versuchskörper auch sei, wird an ihm der Vergleichszustand der Bewegung dadurch charakterisiert sein, daß der Körper gegenüber dem materiellen Vergleichssystem, bezüglich gegenüber dem Vergleichskoordinatensystem, in relativer Ruhe erscheint. Jede andere Schreitung des Körpers wird durch Richtung und Größe der Relativgeschwindigkeit eindeutig gekennzeichnet. Es ist hier gleichgültig, welchen Körper man sich gerade als Versuchskörper ausgewählt denkt. Er dient hier nur als Repräsentant der Materie überhaupt, von der wir gemäß den Relativitätsgesetzen annehmen, daß sie sich in bezug auf die freiwilligen Änderungen der Dimensionen bei der Bewegung stets gleich verhält. Wenn zur Erhöhung der Anschaulichkeit von einem „Versuchskörper" die Rede ist, so wird damit an die beobachtende Tätigkeit erinnert, welche stets das Bindeglied zwischen Theorie und Wirklichkeit abgeben muß.

Irgendeine Richtung p werde ausgewählt und die Untersuchung zunächst auf diejenigen Schreitungen beschränkt, bei denen der Versuchskörper gegenüber dem Bezugssystem in relativer Bewegung parallel $+p$ oder $-p$ begriffen ist. Da die Zuordnung der Zeiten an den verschiedenen Orten gemäß dem von uns angenommenen symmetrischen System in einer von menschlicher Willkür völlig freien Weise geschieht, ist nach Festsetzung der Längen- und der Zeiteinheit jede der Schreitungen vollständig bestimmt durch Angabe der Relativgeschwindigkeit u. Wird nun L beobachtet und mit L_0 verglichen, so ist auch der Wert von C mittelst (87) zu berechnen. Es ordnen sich dann durch $u = +C$ und $u = -C$ zwei ganz bestimmt angebbare Schreitungen zu, die eine in der Richtung $+p$, die andere in der Richtung $-p$. Ich sagte hier absichtlich nur, daß sie angebbar seien, denn darauf kommt es allein an; die Frage, ob und wie sie zu realisieren seien, kann dahin gestellt bleiben. Um sie anzugeben, kann man zum Beispiel eine bestimmte Strecke im Versuchssystem abstecken und die Zeit angeben, in welcher diese durchlaufen werden müßte, damit C heraus kommt. Zu diesen Geschwindigkeiten $u = +C$ und $u = -C$ ordnet das Gesetz (87) den Wert $L = 0$ zu, für jede darüber hinausgehende Geschwindigkeit ergibt sich ein imaginärer Wert von L. Die beiden Schreitungen $u = +C$ und $u = -C$ haben also für die Materie eine kritische Bedeutung.

Man könnte zunächst auf den Gedanken

kommen, daß die Schreitungen vielleicht nur infolge der getroffenen Auswahl des materiellen Bezugssystems und des Zeitsystems ausgezeichnet seien. Um darüber ins klare zu kommen, denke man sich das gewählte Bezugssytem durch ein beliebiges anderes der Reihe mit Verschiebungen p ersetzt, und entsprechend das frühere Zeitsystem gegen das neue ausgetauscht. Die Relativgeschwindigkeit des neuen und des alten Bezugssystems sei v. Zum alten System mögen z, t, zum neuen z', t' gehören, so daß die Transformationsformeln (89) gültig werden. Bewegt sich ein Körper im alten System mit der Geschwindigkeit u, so erscheint seine Bewegung relativ zum neuen durch u' angegeben, wenn nach (90):

$$u' = \frac{u - v}{1 - \frac{uv}{C^2}}$$

ist. Im allgemeinen ist hiermit der Wert von u' von dem Wert u verschieden, wenn aber u gleich $+C$ wird, nimmt stets auch u' denselben Wert an. In allen den Raum-Zeit-Systemen, deren Schreitungen sich nur durch eine relative Verschiebung parallel einer festen Richtung unterscheiden, werden also durch die Geschwindigkeiten $u = +C$ und $u = -C$ eben dieselben beiden Schreitungen bezeichnet.

Ebenso wie zu p gibt es nun zu jeder beliebigen Richtung zwei kritische Schreitungen für das Verhalten der Materie. Alle diese Schreitungen zusammen genommen grenzen so diejenigen Schreitungen, auf welche sich die hier untersuchten Erscheinungen beziehen, ab gegen solche, welche für die uns bekannte sinnlich wahrnehmbare Materie entweder physikalisch unmöglich sind, oder bei welchen doch wenigstens die Materie ein gänzlich neuartiges Verhalten zeigen muß. Auf das abgegrenzte Gebiet der Schreitungen allein sind also auch die Relativitätsgesetze beschränkt.

Nach den Beobachtungen scheint uns Menschen C als eine sehr große Geschwindigkeit. Aber für das Weltgeschehen hat unser Urteil über „groß" und über „klein" ja keine Bedeutung. So bleibt, wenn wir die Welt im ganzen betrachten, nur die Tatsache bestehen, daß aus der unendlichen Fülle der überhaupt möglich scheinenden Schreitungen ein bestimmt begrenzter und zwar in seinen Grenzen genau angebbarer Bereich sich aussondert, in dem die uns vertrauten Naturerscheinungen sich abspielen. Solange man die Augen allein auf das abgegrenzte Gebiet der Bewegungszustände richtet, könnte man die Meinung hegen, daß „alle Schreitungen und die zugehörigen Raum-Zeit-Systeme für das Weltgeschehen gleichwertig seien", denn es läßt sich wegen der besonderen Art, in welcher die Dimensionen mit der Schreitung variieren, die eine Schreitung von der anderen mit den uns bekannten Hilfsmitteln nicht unterscheiden. Man könnte sich in der Meinung der Gleichwertigkeit noch bestärkt fühlen durch die Bemerkung, daß bei ein und demselben Übergang von einer Schreitung zu einer andern die Änderungen der Dimensionen bald als Vergrößerung, bald als Verkleinerung erscheinen, je nachdem der Beobachter selbst sich in der einen oder der anderen Schreitung befindet. Sobald nun aber aus den Beobachtungen auf die Gültigkeit der Relativitätsgesetze geschlossen wird, so daß, wie eben beschrieben, eine natürliche Abgrenzung der uns gewohnten Bewegungszustände angenommen werden muß, ist es unmöglich der Folgerung zu entgehen, daß eben doch nicht alle Schreitungen für das Weltgeschehen gleichwertig sind. Es wäre unter solchen Umständen auch durchaus unnatürlich, wenn man ohne Einschränkung die Gleichwertigkeit der Schreitungen innerhalb jener Grenzen behauptete. Das unbedingte Relativitätsprinzip ist damit gefallen. Es bleibt nichts anders übrig, als in der Unmöglichkeit der Unterscheidung der Schreitungen mittels der bekannten Naturerscheinungen nur eine Unzulänglichkeit der menschlichen Erfahrung zu sehen. Daran knüpft sich die zur Tat anregende Hoffnung, daß es doch einmal möglich sein werde, diese Unzulänglichkeit zu überwinden.

Wie ist nun die Abgrenzung eines bestimmten Teiles der Schreitungen zu erklären? Wir glauben annehmen zu dürfen, daß diese Abgrenzung für alle materiellen Körper und in allen Teilen der Welt in gleicher Weise erfolgt, ohne daß es dabei auf die Gruppierung der sichtbaren Körper ankommt. Wie erklärt sich auch dies? Eine etwaige Unbestimmtheit in der Zusammenordnung von Zeit und Ort kommt hier gar nicht zur Geltung, so muß denn ohne Zweifel der Grund in der Außenwelt gesucht werden. Die unmittelbar sich bietende, ja sich aufdrängende Erklärung ist die, daß die Welt von einem sich unseren Sinnen nicht direkt zeigenden Etwas erfüllt ist, was die Bewegungen der sinnlich wahrnehmbaren Materie nicht merklich mitmacht, und durch seine Beziehungen mit der sinnlich wahrnehmbaren Materie die Grenzschreitungen bestimmt. Diesem Etwas wird nach altem Brauch der Name „Äther" beizulegen sein. So zeigt sich hier, daß gerade die Relativitätsgesetze, welche so oft gegen die Ätherhypothese ins Feld geführt werden, bei voller Ausmessung ihrer Tragweite

dazu zwingen, die Existenz des Äthers anzuerkennen.

Es mag hier noch der zuweilen gehörte Einwand, daß es unerlaubt sei, etwas „künstlich zu konstruieren", wovon die Sinne keine Kunde gäben, als durchaus unberechtigt zurückgewiesen werden, denn die Sinne bieten uns nur einen sehr beschränkten Ausblick in die Welt. Schon die Luft, von der wir doch leben, zeigen sie uns nicht mehr unmittelbar. Der Fortschritt der Physik ist in sehr vielen, man könnte fast sagen, in allen wichtigen Fällen erst erreicht worden, indem man lernte über die unmittelbaren Sinneseindrücke hinauszugehen.

§ 16. Schreitung und Geschwindigkeit des Geschehens.

Nach den Relativitätsgesetzen soll es für die Beschreibung des uns bekannten Weltgeschehens ein ganzes System formal gleichwertiger Raum-Zeit-Koordinatensysteme geben. Für die Änderungen der Schreitung haben wir ein solches System in der Gesamtheit der symmetrischen Systeme schon gefunden; so ist denn nun anzunehmen, daß eben diesen Systemen gegenüber die Relativitätsgesetze sich auch bei anderen Naturerscheinungen bewähren. Es soll nun zunächst die Geschwindigkeit des „Weltgeschehens", das heißt des Ablaufs der physikalischen, der chemischen und auch der Lebenserscheinungen beachtet werden.

Wird in einem der symmetrischen Systeme die Zeiteinheit festgesetzt, so ordnen die Transformationsformeln

$$t' = \frac{t - \frac{v}{C^2} z}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}}, \qquad t = \frac{t' + \frac{v}{C^2} z'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}} \tag{91}$$

zu jedem anderen System eine bestimmte Zeiteinheit zu. (z, t) sei das System, in welchem die Zeiteinheit zunächst definiert wird. An einem bestimmten Ort im System (z', t'), wo etwa z' den Wert Z' hat, stehe eine Uhr, die mit den Uhren im System (z, t) verglichen wird, an denen sie vorübergeht. Es gilt dabei nach (91)

$$t' = -\frac{v}{C^2} Z' + t\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}. \tag{92}$$

Hieraus folgt, daß vom System (z, t) aus beurteilt die Zeiteinheit für (t', z') länger als die für (z, t) zu sein scheint, und zwar im Verhältnis

$$1 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}. \tag{93}$$

Für einen bestimmten Ort im System (z, t) andererseits, etwa für den Ort, dem $z = Z$ angehört, ist nach (91)

$$t = \frac{v}{C^2} Z + t'\sqrt{1 - \frac{v^2}{C^2}}. \tag{94}$$

Vom System $(z' t')$ aus beurteilt, erscheint also die Zeiteinheit für (z, t) länger als die für (z', t'). Es zeigen sich die Gesetze der Relativität gewahrt. Der Widerspruch, der zunächst in dem verschiedenen Ergebnis der beiden Vergleiche zu bestehen scheint, löst sich sogleich, wenn man beachtet, daß im ersten Fall die Zeit an einem bestimmten Ort im System (z', t') nacheinander mit den Zeiten an den verschiedenen Orten im System (z, t) verglichen werden muß, an welchen er bei der Relativbewegung nacheinander vorüberkommt, während im zweiten Fall umgekehrt die Zeit an einem bestimmten Ort im System (z, t) nacheinander mit den Zeiten an verschiedenen Orten im System $(z' t')$ verglichen wird. Man erkennt so, daß für den Vergleich der Zeiten nicht nur der Ablauf der Zeiten in den beiden Systemen, sondern auch die Art der Zuordnung der Zeiten an den verschiedenen Orten zu Zeitsystemen in Betracht kommt.

Es macht sich damit auch hier die Unbestimmtheit in der Festsetzung der Gleichzeitigkeit bemerkbar. Der Anhänger des unbedingten Relativitätsprinzips wird sagen, daß sich eben nur von neuem die Relativität aller Beurteilung des Zeitverlaufes äußere; wer die Unbedingtheit des Prinzipes nicht anerkennt, wird nur ein Hindernis in der Beurteilung der Geschwindigkeit des Weltgeschehens vor sich sehen, das wir nicht oder noch nicht beseitigen können. —

Die Beziehung der Längeneinheiten in den beiden verglichenen Raum-Zeit-Systemen (z, t) und (z', t') wurde dadurch festgesetzt, daß ein Körper, der nacheinander in beiden Systemen zu relativer Ruhe gebracht wird und unter gleichen Bedingungen die den inneren Kräften entsprechenden Dimensionen frei annehmen kann, dabei Längen mit gleichen Maßzahlen zeigen soll. Die Beziehung der Zeiteinheiten wurde vorhin (§ 10) so festgesetzt, daß die Relativgeschwindigkeit der beiden Koordinatensysteme in den beiden Zeitsystemen beurteilt, abgesehen vom Vorzeichen, den gleichen Wert erhielt. Die Relativitätsgesetze verlangen nun eine sehr viel weitergehende physikalische Bedeutung der so bestimmten Zuordnung der Zeiteinheiten. Alle entsprechenden Vorgänge nämlich sollen in den beiden Raum-Zeit-Systemen so ablaufen, daß entsprechende Änderungen in Zeitintervallen vorgehen, die gleiche Maßzahlen erhalten. Wenn also z. B. eine Uhr aus relativer Ruhe in einem der Systeme in relative Ruhe zum anderen System übergeführt wird, so soll sie, unter sonst gleichen

Umständen verglichen, in bezug auf die neue Zeiteinheit eben denselben Gang zeigen wie vorhin in bezug auf die alte Zeiteinheit. Ebenso sollen, an den beiden Zeiteinheiten gemessen, elastische Körper Töne, Moleküle Lichtschwingungen gleicher Schwingungszahl zeigen, sollen chemische Umwandlungen mit gleichen Geschwindigkeiten erfolgen, und sollen Lebewesen unter gleichen Umständen gleich schnell wachsen und altern. — Bedenkt man noch, daß die Transformationsformeln, welche irgend zwei Raum-Zeit-Systeme verbinden, vollständig symmetrisch sind, so scheint der Ausspruch, „die verschiedenen Raum-Zeit-Systeme seien für das Weltgeschehen gleichberechtigt", recht wohl am Platz —; und doch kann man schnell erkennen, daß diese Behauptung sehr mit Vorsicht aufzufassen ist, wenn man sie nicht gründlich mißverstehen soll. Es wird im folgenden gezeigt werden, daß, im Gegensatz zu der formalen Gleichberechtigung, physikalische Unterschiede vom allergrößten Ausmaß angenommen werden müssen.

Die Beschreibung eines besonderen Experimentes möge die Einleitung bilden.

Auf einem materiellen System, dem „Vergleichssystem", das sich in einer gleichbleibenden Schreitung befindet, möge derselbe Vorgang körperlich zweimal in gleicher Weise eingeleitet werden. Zwei gleiche Uhren z. B. mögen auf gleichen Gang einreguliert und auf gleichen Stand gebracht werden, oder es möge derselbe chemische Prozeß zweimal eingeleitet werden. Man könnte die Beobachtungen auch an zwei Lebewesen knüpfen, die ihr Leben gleichzeitig beginnen. Die beiden Versuchsgebilde seien A und B. A möge nun stets im Vergleichssystem bleiben, B aber werde in eine andere Schreitung übergeführt, und hier wieder auf dieselben Bedingungen gebracht. Die relative Geschwindigkeit u möge den Unterschied zwischen den Schreitungen ausmachen. Nach beliebiger Zeit werde dann die Schreitung so umgewandelt, daß vom Vergleichssystem beurteilt die Relativbewegung nun umgekehrt erscheint, die Geschwindigkeit also $-u$ ist. So befindet sich denn B auf dem Rückweg zu A. Zur rechten Zeit werde das Gebilde B wieder auf die Schreitung des Vergleichssystems gebracht, so daß es sich wieder wie anfänglich in relativer Ruhe bei A befindet und in seinem Zustand mit A verglichen werden kann. — Wir wollen uns vorstellen, daß B während des ganzen Verlaufes des Versuches vom Vergleichssystem aus beobachtet wird, und zwar stets von denjenigen Orten aus, an denen es vorüberkommt. Die Geschwindigkeit seiner Änderungen scheint dann während der Perioden der Relativbewegungen $+u$ und $-u$ im Verhältnis $1 : \sqrt{1 - u^2/C^2}$ verkleinert. Dürfen gegenüber diesen Perioden die Perioden der Übergänge vernachlässigt werden, so muß am Schluß des Versuches B in seinem Fortschritt gegenüber A im Verhältnis $\sqrt{1 - u^2/C^2} : 1$ zurückgeblieben sein. Und dieses Zurückbleiben ist unbedingt reell, denn die beiden Gebilde A und B können ja unter gleichen Umständen unmittelbar beieinander verglichen werden. Hier ist es ganz sicher ausgeschlossen, an einen Schein zu glauben, der durch unsere Auffassung der Zeit bewirkt wird. So ist denn also auch die Folgerung unabwendbar, daß für den Verlauf der Weltvorgänge die Schreitungen nicht gleichwertig sind, und damit sind wir von neuem zu einem Schluß gekommen, welcher der Unbedingtheit des Relativitätsprinzipes durchaus widerspricht. — Man könnte vielleicht die Vermutung hegen, daß die Übergänge von einer Schreitung zur anderen mitwirkten, da in unserem Experiment nur B, nicht aber A solche Änderungen erfährt, also auch darin ein Unterschied in den Schicksalen von B gegenüber A zu finden ist. Bedenken dieser Art sind jedoch bald zu beseitigen; man braucht sich nur vorzustellen, daß auch A alle die Bewegungsänderungen auferlegt werden, die B durchmachen muß, mit dem Unterschied nur, daß B lange Zeiten hindurch auf den Relativgeschwindigkeiten $+u$ und $-u$ gegenüber dem Vergleichssystem bleibt, während A von der Relativgeschwindigkeit $+u$ schon nach kurzer Zeit wieder zur relativen Ruhe gebracht wird, und hier lange verweilt, um dann erst wieder auf kurze Zeit auf die Relativgeschwindigkeit $-u$ zu kommen. Man kann den Versuch noch mannigfach variieren, z. B. so, daß A ebenso wie B zwei verschiedene Schreitungen, $+u$ und $-u$, nacheinander inne hat. Wird dann zu A der Wert u_1, zu B der Wert u_2 zugeordnet, so muß der Vergleich von A und B am Schluß des Versuches ergeben, daß B oder A in seinem Fortschritt zurückgeblieben erscheint, je nachdem die Schreitungen $+u_2$, $-u_2$ oder $+u_1$, $-u_2$ weiter auseinanderliegen. Vielleicht ist gerade diese Formulierung des Satzes besonders geeignet, um die Ungleichwertigkeit der verschiedenen Schreitungen klar und deutlich zu zeigen. Daß auch hier ebensowenig wie vorhin zwei einzelne Schreitungen verglichen werden, ist unvermeidlich, da bei Verschiedenheit der dauernd gleichbleibenden Schreitungen zweier Gebilde der Vergleich in räumlichem und zeitlichem Beieinander nur einmal und dann niemals wieder möglich ist. —

Die hier beschriebenen Erscheinungen können auch dazu benutzt werden, um einen neuen

Beweis für die Notwendigkeit der Ätherhypothese zu liefern. Zu diesem Zwecke denke man sich die Schreitungen $+u$ und $-u$ des Gebildes B durch immer weiteres Vergrößern von u weiter und weiter hinausgeschoben. Wenn sie schließlich an $+C$ und $-C$ herangehen, wird gemäß dem Nullwerden des Ausdrucks $\sqrt{1-u^2/C^2}$ eine völlige Hemmung des Geschehens in B eintreten. Durch $u=+C$ und $u=-C$ sind, wie wir erfahren haben, zwei bestimmte Schreitungen dargestellt, die der gewählten Bewegungsrichtung zugeordnet erscheinen, und die ganz unabhängig von dem gewählten Vergleichssystem sind. Wir nannten sie die zur ausgewählten Richtung gehörigen Grenzschreitungen. Jetzt tritt hervor, daß diese Grenzschreitungen auch dadurch charakterisiert sind, daß in ihnen die physikalischen, chemischen und Lebens-Vorgänge eine vollständige Hemmung erfahren. Auch hieraus folgt wieder, daß bei dem Durchgang durch die Grenzschreitungen in dem Verhalten der Materie eine fundamentale Änderung eintreten muß. So sehen wir denn neue Gründe, anzunehmen, daß in der Welt für die Bewegungen der sinnlich wahrnehmbaren Materie mit den uns bekannten Eigenschaften nur ein bestimmt abgegrenzter Bereich der Schreitungen möglich ist. Wiederum bleibt uns zur Erklärung nur die Hypothese eines Mediums, welches unabhängig von der sinnlich wahrnehmbaren Materie und von ihren Bewegungen die Welt erfüllt, eben die Hypothese des Äthers.

Bei der hier gewählten Darstellung wurde damit begonnen (§ 12), die Dimensionsänderungen der Körper theoretisch zu verwerten. Die Gesetze über die Geschwindigkeit des Geschehens ordneten sich dann ohne weiteres der schon fertigen mathematischen Theorie ein. Man wird ohne Schwierigkeit feststellen können, daß auch umgekehrt vorgegangen werden kann.

Es mag nun noch die Beziehung der Minkowskischen Eigenzeit τ zur Geschwindigkeit des Geschehens kurz besprochen werden. Vorgreifend setzen wir dabei $C=c$.

Für die Beurteilung der Vorgänge werde ein Lorentz-System (x, y, z, t) nach Belieben ausgewählt. M sei das körperliche System, in welchem die beobachteten Vorgänge stattfinden. Es soll angenommen werden, daß die relativen Bewegungen innerhalb M gegenüber der Lichtgeschwindigkeit so klein sind, daß es erlaubt ist, jederzeit dem gesamten System M eine einheitliche Schreitung zuzuschreiben. Diese jeweilige Schreitung, die mit S' bezeichnet werden möge, stellt sich im System (x, y, z, t) durch eine bestimmte Geschwindigkeit $\mathfrak{v}$ dar. Es soll weiter noch angenommen werden, daß die Änderungen der Schreitung S' von M stets so langsam erfolgen, daß die Beschleunigungen keinen wesentlichen Einfluß auf den Ablauf der Vorgänge in M ausüben. —

Die Relativitätsgesetze verlangen, daß die Geschwindigkeit des Ablaufs der Vorgänge in M, beurteilt vom System (x, y, z, t) aus, sich zugleich mit $\mathfrak{v}$ ändert. Gehört zur jeweiligen Schreitung S' das Lorentz-System (x', y', z', t'), so daß in diesem die Relativgeschwindigkeit $\mathfrak{v}'$ von M gleich 0 ist, so gibt dt' nach den Relativitätsgesetzen ein Maß an für den Fortschritt der Vorgänge während des zugehörigen Zeitmomentes des Bestehens von M.

Wegen $\mathfrak{v}'=0$ ist nach (13), (14):

$$d\tau = dt' = dt\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}}. \qquad (95)$$

Bei den Änderungen der Schreitung S' wird sich zwar dt' stets auf andere Lorentz-Systeme beziehen, (95) bleibt aber dauernd gültig, so folgt denn dieser Satz: Das Zeitintervall

$$\Delta\tau = \int_1^2 d\tau = \int_1^2 dt\sqrt{1-\frac{\mathfrak{v}^2}{c^2}} \qquad (96)$$

der Eigenzeit zwischen den beiden Momenten (1) und (2) des Bestehens des körperlichen Systems M gibt ein Maß ab für den in diesem System inzwischen stattfindenden Fortschritt der Vorgänge. — Beobachtet man z. B. die gleichen Vorgänge in zwei gleichen körperlichen Systemen, die in den beiden Zeitmomenten (1) und (2) beieinander sich befinden, so daß ein Vergleich der Zustände dann möglich ist, derén Schreitung inzwischen aber in beliebig verschiedener Weise sich geändert hat, so wird das Verhältnis des Fortschrittes der Vorgänge durch das Verhältnis der beiden Intervalle $\Delta\tau$ der Eigenzeiten angegeben. — Die in diesem Paragraphen vorhin besprochenen Experimente können mittels des Satzes leicht rechnend verfolgt werden. —

Die Geschwindigkeit, mit welcher vom System (x, y, z, t) aus beurteilt die Vorgänge im körperlichen System M vor sich gehen, ist gemäß (95) proportional mit $\sqrt{1-\mathfrak{v}^2/c^2}$. Wegen (96) erscheint hiernach die Eigenzeit als das Zeitintegral der Geschwindigkeit des Geschehens. — Nimmt man einen Äther an, so wird bei Benutzung desjenigen Lorentz-Systemes, welches zur relativen Ruhe gegen den Äther gehört, die Geschwindigkeit des Geschehens durch $\sqrt{1-\mathfrak{v}^2/c^2}$ nicht nur scheinbar, sondern auch der Wirklichkeit entsprechend angegeben.

§ 17. Elektrodynamische Erscheinungen.

Jetzt erst sollen die Blicke auch auf diejenigen Erscheinungen gelenkt werden, welche doch den Anlaß zu den heutigen Diskussionen über die Relativitätsgesetze gegeben haben, auf die Erscheinungen der Elektrodynamik. Nehmen wir einmal an, daß in der in den vorhergehenden Paragraphen geschilderten Weise die Physik aus dem Verhalten der Materie bei Änderung der Schreitung in bezug auf die Änderungen der Dimensionen und in bezug auf die Änderung der Geschwindigkeit des Ablaufs von Vorgängen physikalischer und chemischer Art sowie von Lebenserscheinungen, auf die an den Ausdruck $\sqrt{1 - v^2/C^2}$ geknüpften Gesetze geschlossen hätte, und daß so der Wert von C experimentell bestimmt worden wäre. Dann würde eine Entdeckung von größter Tragweite bevorstehen: es würde gefunden werden, daß C eben gleich der Geschwindigkeit des Lichts ist, und daß darum eine enge Verbindung zwischen der Materie und den elektrodynamischen Erscheinungen sich andeutet.

Die erwählten Zeitsysteme bekommen nun eine neue theoretische Bedeutung, die ihre Konstruktion in der Praxis äußerst einfach und bequem macht: Das zu einem in beliebiger Schreitung begriffenen Koordinatensystem gehörige symmetrische „System der Zeit" wird nämlich jetzt zu demjenigen System, in welchem die Geschwindigkeit des Lichtes nach irgend zwei entgegengesetzten Richtungen und weiter überhaupt nach allen Richtungen sich als gleich groß darstellt.

Die Elektrodynamik erhält so für unsere Untersuchungen eine ausgezeichnete Stellung. Es soll, um dieses recht hervortreten zu lassen, die Ausbreitung elektrodynamischer Erregungen jetzt noch mit der Ausbreitung anderer Erregungen, vor allem mit der Ausbreitung des Schalles verglichen werden.

Da wir annehmen, daß experimentell die Gesetze der Relativität als gültig gefunden worden seien, stellt sich unserem Geiste folgendes Bild dar:

Wird in einem im Zustand relativer Ruhe und in Schreitung ohne Beschleunigung sich befindenden homogenen und isotropen elastischen Medium, etwa in Luft bei Windstille oder in Wasser ohne Strömungen, die Ausbreitung des Schalles beobachtet, wobei der Beobachter in gleicher Schreitung wie das Medium sich befindet und demgemäß mit dem zugehörigen symmetrischen System der Zeit rechnet, so zeigt sich ihm, daß die Ausbreitung in Kugelwellen vor sich geht, deren Mittelpunkt das erregende Zentrum selbst ist. Ist das elastische Medium aber gegen den Beobachter in gleichmäßiger relativer Bewegung mit der Geschwindigkeit u begriffen, und urteilt er auch dann nach dem symmetrischen System seiner eigenen Schreitung, so gelangt er zu einer anderen Anschauung. (S. § 6.) Die Ausbreitung erscheint ihm nicht in Kugelwellen, sondern in ellipsoidischen Wellen zu erfolgen. Die Wellen zeigen dabei ihren geometrischen Mittelpunkt nicht mehr im erregenden Zentrum, sondern scheinen gegenüber der sich gegen den Beobachter bewegenden Materie zurückzubleiben. Handelt es sich um den Schall in Luft, so geschieht das Zurückbleiben allerdings nur mit der Geschwindigkeit

$$\left(\frac{333 \times 100}{3 \cdot 10^{10}}\right)^2 u = \text{ca.}\ \frac{1}{10^{12}}\, u\,,$$

ist also recht gering. Aber ob die Wirkung stark oder schwach ist, ist hier nebensächlich, wesentlich ist, daß sie überhaupt vorhanden ist, und daß so die Erregung zwar in der Hauptsache von ihrem Träger, der Materie, mitgenommen zu werden scheint, jedoch nicht vollständig. Denken wir uns, daß ein und derselbe Beobachter zu gleicher Zeit an verschiedenen Stellen verschieden starke und verschieden gerichtete Strömungen desselben elastischen Mediums beobachtet, so wird er bemerken, daß bei jeder anderen Strömung ein anderes Zurückbleiben stattfindet. So wird er in dem Zurückbleiben nicht etwa nur einen Schein, sondern eine reale physikalische Tatsache sehen müssen. Er könnte wohl eine kurze Weile in dieser Ansicht wankend werden, wenn er an die Unbestimmtheit der Feststellung der Gleichzeitigkeit denkt, aber diese Bedenken müssen schwinden, sobald er sich davon überzeugt, daß durch keine der zulässigen Annahmen über das Zeitsystem das beobachtete Phänomen der Verschiebung der Wellen sich beseitigen läßt. Wohl kann durch passende Auswahl des Systems für eine beliebig ausgewählte Bewegung des elastischen Mediums die Verschiebung für den Anschein weggeschafft werden, — man braucht dazu ja nur das symmetrische System der Zeit für die betreffende Schreitung heranzuziehen — aber dann zeigen alle Teile des Mediums, die in anderen Schreitungen sind, die Verschiebung eben doch. Ich meine, daß gar mancher Physiker schon allein hierin einen unverkennbaren Fingerzeig für das Vorhandensein des Äthers erblicken wird. —

Nun möge zur Beobachtung von Erregungen einer größeren Ausbreitungsgeschwindigkeit übergegangen werden; zunächst etwa werde die Schallausbreitung in elastisch rigideren Medien, dann die Lichtausbreitung in materiellen Kör-

pern beobachtet werden. Das Zurückbleiben tritt dann stärker und stärker hervor. Für das Licht in materiellen Körpern wird es schon zu einem so großen Bruchteil der Bewegung der Materie (Fizeau-Versuch), daß man den Eindruck erhält, die Materie beeinflusse die Erregung nur insofern, als sie ihr einen Bruchteil der eigenen Bewegung aufzwinge. Wenn dann schließlich die Ausbreitung der elektrodynamischen Erregungen in Räumen frei von Materie untersucht wird, tritt etwas völlig Neues auf, indem die Ausbreitung unabhängig wird von der Materie, in welcher doch für unsere menschlichen Experimente und Beobachtungen stets der Ursprung der Erregung zu suchen ist. — Die Beobachtungen zeigen, daß $C =$ der Lichtgeschwindigkeit c ist, also folgt, daß die Ausbreitung des Lichtes stets in jenen ausgezeichneten Schreitungen erfolgt, welche sich uns als Grenzzustände für das Verhalten der Materie darstellten. So kommen wir denn zu folgenden, für die Auffassung fundamentalen Ergebnissen: Die elektrodynamischen Erregungen gehen zwar von der Materie aus und wirken auf sie ein, ihre Ausbreitung aber in dem von sinnlich wahrnehmbarer Materie freien Raum erfolgt ganz unabhängig von dieser und ihren Bewegungen. Und zwar erfolgt die Ausbreitung stets in Schreitungen, die in Raum und Zeit absolut, d. h. unabhängig von der Anschauung des menschlichen Beobachters, gegeben erscheinen.

Es sei erlaubt, hier noch etwas mehr zu verweilen.

Für die Beschreibung der elektrodynamischen Phänomene kann zwar jedes einzelne der unendlich vielen Lorentz-Systeme von Raum und Zeit benutzt werden, und für den menschlichen Beobachter wird sich je nach seiner Schreitung bald das eine, bald das andere als das nächstliegende darbieten, aber das ändert nichts an der Tatsache, daß die zu beschreibenden Vorgänge ganz unabhängig von dem Beobachter und seiner Raum-Zeit-Vorstellung in der Welt sich abspielen. Der Anblick ist für den Beobachter je nach seinem Standpunkt in der Welt verschieden: darin liegt das subjektive Element; wir erkennen aber hinter diesen Vorstellungsbildern Vorgänge in der Welt, die unabhängig von dem Menschen und seinen Vorstellungen sind: darin tritt uns das objektive Weltgeschehen entgegen.

Die Folgerungen für Äther und Relativitätsprinzip sind nun klar: Für das elektrodynamische Feld mit seiner unabhängig von der sinnlich wahrnehmbaren Materie und ihren Bewegungen sich abspielenden Vorgängen und seinen absolut in Raum und Zeit gegebenen Schreitungen scheint es durchaus natürlich, einen besonderen Träger, eben den Äther, anzunehmen. Was aber das Relativitätsprinzip anbetrifft, so erkennen wir von neuem das Vorhandensein von ausgezeichneten Schreitungen, so daß es unerlaubt erscheint, ohne Einschränkung von einer Gleichwertigkeit aller Schreitungen zu sprechen.

Nach den Darstellungen von A. Einstein (vergl. § 8) scheint es, als ob die Grundlagen der von Lorentz vertretenen Theorie der Elektrodynamik, welche einen ruhenden Äther annimmt, durch den Ausfall des Experimentes von Michelson erschüttert seien, und als ob die Lorentz-Fitzgeraldsche Hypothese der Kontraktion nur einen künstlichen Versuch darstelle, die Theorie zu retten. Ich kann das durchaus nicht anerkennen. Die Theorie, um die es sich handelt, nimmt als Träger für das elektrodynamische Feld einen ruhenden Äther an und stellt die Gleichungen auf:

$$\operatorname{div}\mathfrak{E} = 4\pi\varepsilon, \qquad \operatorname{div}\mathfrak{M} = 0,$$

$$\mathfrak{E} = c\,\operatorname{vers}\mathfrak{M} - 4\pi\varepsilon\mathfrak{v}, \qquad \mathfrak{M} = -c\,\operatorname{vers}\mathfrak{E},$$

$$\mathfrak{F} = e\left(\mathfrak{E} + \frac{1}{c}[\mathfrak{v}\mathfrak{M}]\right),$$

mit dem Zusatz, daß die Elektrizität an einzelne materielle Teilchen gebunden ist. Die Grundlagen der Theorie sind schon hiermit vollständig; will man auf ihnen eine Darstellung der wahrnehmbaren Erscheinungen aufbauen, so muß man angeben, wie die elektrischen Teilchen sich verhalten, wie sie sich bewegen usw. Ohne weiteres anzunehmen, daß die elektrischen Teilchen sich in ihren Bewegungen etwa als vollkommen starre Kugeln zeigen sollten, wäre durchaus willkürlich. Daß eine solche Hypothese verfolgt wird, wie es zum Beispiel Abraham getan hat, ist gewiß gerechtfertigt, ja vom wissenschaftlichen Standpunkt sogar notwendig, aber physikalisch betrachtet hat die Hypothese doch nicht viel Wahrscheinlichkeit für sich. Denken wir an analoge Vorgänge, an die Bewegung eines Auto-Ballons in der Luft, eines Torpedos im Wasser: das Medium übt hier auf den sich bewegenden Körper Kräfte aus, die ihn deformieren. Nun zeigen die elektrodynamischen Gleichungen, daß auch bei Bewegung elektrisierter Körper deformierende Kräfte erregt werden. So scheint die Annahme gewisser Deformationen wohl geboten, und ein Analogieschluß legt es sehr nahe, auch für die gewöhnliche, sinnlich wahrnehmbare Materie Deformationen zu vermuten. Daß diese Deformationen erst in der Nähe der Lichtgeschwindigkeit erhebliche Bruchteile ausmachen sollen, wie aus dem Michelsonschen Experiment gefolgert wird, deutet auf sehr große Widerstandskraft der Bausteine der Materie. —

Also ganz gewiß nicht in den Deformationen an sich wird man irgendeinen Widerspruch gegen die Grundlagen der Lorentzschen Theorie sehen dürfen. Man wird im Gegenteil solche Deformationen voraussehen und nach ihnen suchen müssen. Die außerordentliche Bedeutung des Experimentes von Michelson ist es nun, daß es diese Deformationen wirklich kennen lehrt, und bedeutungsvoll erscheint das Resultat, daß wir gerade auf das elektrodynamisch ausgezeichnete Verhältnis $1 : \sqrt{1 - v^2/c^2}$ hingewiesen werden. Sollte es nun „künstlich" scheinen, daß eben dieser Wert angenommen werden muß? H. Poincaré[1]) hat gezeigt, daß solche Deformationen sich für ein Elektron aus der Einwirkung des Eigenfeldes erklären, wenn angenommen wird, das Elektron erleide keine anderen äußeren Kräfte als elektrische, und befinde sich dabei unter allseitig gleichem konstanten äußeren Druck. Diese Vorstellung scheint so gut verträglich mit den übrigen Vorstellungen von der Konstitution der Materie, daß ein Weg zur Erklärung des Kontraktionsgesetzes jedenfalls gegeben scheint und daher von einer Absonderlichkeit nicht gesprochen werden kann. Zu erwägen wäre nur die Frage, ob denn dieses so überaus einfache Gesetz wirklich in dem ganzen Bereich bis hinauf zu der Lichtgeschwindigkeit gelten sollte. Es erscheint möglich, darüber mittels Untersuchungen über die Maße der Elektronen durch das Experiment Aufschluß zu erhalten. Abweichungen von dem einfachen Gesetz würden gegen das unbedingte Relativitätsprinzip sprechen. —

§ 18. Grenzen der Relativitätsgesetze.

Wir haben schon insofern Grenzen der Relativitätsgesetze kennen gelernt, als von den möglichen Koordinatensystemen in gleichbleibenden Schreitungen und von den möglichen Zeitsystemen nur ein bestimmt abgegrenzter Teil für die Beschreibung der Erscheinungen gleichartig erscheint. Man kann aber noch in anderer Hinsicht nach Grenzen für die Gültigkeit der Relativitätsgesetze fragen: Gelten sie nur für einen gewissen Kreis von Naturerscheinungen, oder umfassen sie alle?

Wir nehmen an, daß für die Änderungen der Dimensionen der materiellen Körper und für die Geschwindigkeit des Geschehens bei Änderungen des Bewegungszustandes genau diejenigen Schreitungen als Grenzen auftreten, in denen die elektrodynamischen Erregungen sich ausbreiten, daß also insbesondere auch die Lichtgeschwindigkeit hier wie dort als fundamentale Konstante auftritt. So scheint es naturgemäß zwischen allen diesen Phänomenen einen nahen Zusammenhang vorauszusetzen. Sobald die Existenz des Äthers angenommen wird, gibt dieser sofort die Verbindung zwischen den Erscheinungen. Es ist dann zu folgern, daß eben dieselben Eigenschaften des Äthers, welche bei der Ausbreitung der elektrodynamischen Erregungen ins Spiel kommen, auch die Kräfte beeinflussen, welche die Dimensionen der materiellen Körper und die Geschwindigkeit des Ablaufs der Vorgänge in ihnen regeln. Darf aber angenommen werden, daß damit die Gesamtheit der Naturerscheinungen erschöpft wird? Schon in bezug auf die inneren Kräfte der Materie kann man Zweifel hegen, noch mehr treten diese auf, wenn an die Gravitation gedacht wird, denn die Gravitation hat manches an sich, was gegenüber den elektrodynamischen Erscheinungen fremdartig scheint. Auffällig ist vor allem, daß die Gravitation ganz im Gegensatz zu den elektrodynamischen Erregungen die Materie unseres Wissens ohne Beeinflussung frei durchdringt. Wir haben z. B. keinen Grund anzunehmen, daß die Wechselwirkung zwischen zwei materiellen Teilchen, von denen das eine im tiefen Innern der Sonne, das andere im tiefen Innern der Erde liegt, irgendwie durch die mächtigen umhüllenden Mäntel von Materie beeinflußt wird. Man könnte vielleicht auch hervorheben, daß die Gravitation ganz ausschließlich durch die „Masse" bestimmt wird, während bei elektrodynamischen Vorgängen wesentlich andere Faktoren mitwirken. Aber freilich ist hier zu beachten, daß gerade die Trägheit mit den elektrodynamischen Vorgängen verkettet erscheint. Man wird daher erst noch vorsichtig fragen müssen, wie enge diese Verkettung ist. Ganz sicher ist wenigstens ein Teil der Trägheit der Materie elektrodynamischen Ursprungs, ist sie es aber ganz? Trägheit heißt im Sinne der Mechanik Widerstand gegen Bewegungsänderungen; sollte es nicht vielleicht mehrere Ursachen für diesen Widerstand geben können?

Wenn die Gravitation sich in die Gesetze der Relativität einordnen soll, so muß jedenfalls ihre Ausbreitung mit der für die Elektrodynamik charakteristischen Lichtgeschwindigkeit erfolgen; da auch die zugehörigen Kräfte in entsprechender Weise variieren müssen, so sieht man sich schließlich durch die Annahme der Relativitätsgesetze zu der Vorstellung gedrängt, daß die Gravitation von Gesetzen ganz derselben Art beherrscht wird, wie sie für die elektromagnetischen Erscheinungen gelten. Es könnte danach auch für die Gravitation ein Paar von Erregungen angenommen werden, von denen die eine den

1) H. Poincaré, Rend. Circ. Matem. Palermo **21**, 129—175, 1906.

Charakter der elektrischen, die andere den Charakter der magnetischen Erregung hat. Für die Verkettung wären dann die Maxwellschen Gleichungen anzunehmen mit der Lichtgeschwindigkeit als charakteristische Konstante. Für die Wechselwirkung zwischen Feld und Materie wären die entsprechenden Beziehungen vorauszusetzen, also Formeln analog den elektrodynamischen:

$$\operatorname{div}\mathfrak{E} = 4\pi\varepsilon \text{ usw.}, \quad \mathfrak{F} = e(\mathfrak{E} + [\mathfrak{v}\mathfrak{M}]/c).$$

An Stelle der elektrischen Menge träte die Massenmenge. Entsprechend der Anziehung zwischen gleichartigen Teilchen bei der Gravitation müßte der mechanischen Kraft die entgegengesetzte Richtung von $\mathfrak{F}$ zugeschrieben werden. Durch solche Formulierungen läßt es sich gewiß erreichen, daß die Gravitation den Gesetzen der Relativität genügt. Aber haftet diesen Formulierungen nicht etwas Künstliches an? Macht man es sich nicht gar zu bequem, indem man, um mit nichts Neuem rechnen zu müssen, einfach auf die Gravitation überträgt, was man über die Erscheinungen der Elektrodynamik gelernt hat? Jedenfalls scheint mir größte Vorsicht hier unbedingt geboten. —

Ein Forscher, welcher die Existenz des Äthers annimmt, wird fragen müssen, ob etwa derselbe Äther, der Träger der elektrodynamischen Erregungen ist, auch die Gravitation übermittelt, oder ob außer ihm noch etwas Neuartiges angenommen werden muß? Selbst wenn der Lichtäther der Vermittler der Gravitation sein sollte, so ist doch nicht ohne weiteres zu erwarten, daß den Gesetzen der Relativität genügt wird, weil für die Gravitation andere Eigenschaften des Äthers in Betracht kommen könnten. Insbesondere liegt es nahe, eine Verschiedenheit der Ausbreitungsgeschwindigkeit zu vermuten. Indes ist es selbstverständlich, daß derartige Überlegungen gar leicht das Schicksal haben könnten, durch die Erfahrung widerlegt zu werden. Ich stelle sie auch einzig aus dem Grunde auf, um hervortreten zu lassen, daß man in dem unbedingten Relativitätsprinzip, welches von vornherein für die Gravitation eine gleichartige Wirkungsweise wie für das elektrodynamische Feld behauptet, eben auch durchaus nichts anderes sehen darf, als eine Anregung für theoretische Erwägungen und experimentelle Studien, wenn die verhängnisvollen Folgen einer wissenschaftlichen Voreingenommenheit vermieden werden sollen.

§ 19. Äther und Materie.

Es ist nun eine Reihe von Erscheinungen besprochen worden, welche mit großer Sicherheit auf das Vorhandensein eines „Weltäthers" schließen lassen. Für sich allein betrachtet erscheint er als Träger des elektromagnetischen Feldes. In seiner Körperlichkeit ist die Ursache dafür zu suchen, daß die Fortpflanzung der elektrodynamischen Erregungen allseitig in festgegebenen Schreitungen geschieht. Wegen dieser Körperlichkeit sind die Schreitungen insbesondere unabhängig davon, durch welche Ursachen die Erregung entsteht, welchen Standpunkt der Beobachter inne hat, und welches Zeitsystem er seinen Beobachtungen zugrunde legt. Werden z. B. von zwei sich beliebig schnell relativ zueinander bewegenden materiellen Systemen Lichtblitze in der gleichen Richtung ausgesandt, so erhalten die Wellen der beiden Lichtblitze trotz der Verschiedenheit des Bewegungszustandes der Lichtquellen doch die gleiche Schreitung. Wohl mag die relative Lage und die zeitliche Folge der zwei Wellengruppen der Lichtblitze je nach dem Standpunkt und dem Zeitsystem des Beobachters verschieden erscheinen, aber der Unterschied ist nur genau so groß, wie er dem verschiedenen Ausblick entspricht.

Zeigt sich so der Weltäther selbständig gegenüber der sinnlich wahrnehmbaren Materie und ihren Bewegungen, so erscheint die Materie ihrerseits weitgehend abhängig vom Weltäther, sobald man die Relativitätsgesetze als richtig anerkennt. Die Dimensionen, welche materielle Körper freiwillig annehmen, ändern sich, wenn der Bewegungszustand relativ zum Äther ein anderer wird; ebenso ändert sich die Geschwindigkeit des Ablaufs aller physikalischen, chemischen und Lebens-Vorgänge. Die Schreitungen der Elektrodynamik grenzen dabei das Gebiet ab, in dem die Schreitung der Materie bleiben muß, wenn die Naturvorgänge sich in der uns bekannten Weise abspielen sollen. Rückt die Schreitung an die durch die Elektrodynamik gegebenen Grenzen heran, so erhalten die materiellen Körper in einer Richtung verschwindende Dimensionen und zugleich werden alle Vorgänge in materiellen Systemen in ihrem Ablauf unendlich verzögert.

Man hat wohl die Meinung geäußert, daß der Äther einfach dasselbe sei, wie die sinnlich wahrnehmbare Materie, nur in feinerer Verteilung. Es scheint mir sehr bedenklich, sich die Beziehungen zwischen Äther und Materie so einfach vorzustellen, denn alle die charakteristischen Gegensätze zwischen Äther und Materie werden damit verwischt. Die Materie zeigt überall deutlich molekularen Bau, und wir haben gute Gründe für die Annahme, daß die Verdünnung der Materie nur in einem Auseinanderrücken ihrer sich stets gleichbleibenden Atome und Moleküle besteht. Diese Bausteine aber müssen wir uns nach ihrem Verhalten gegenüber den Licht- und Wärmeschwingungen, bei dem Zeeman-

phänomen, bei den Umlagerungen zu neuen Molekülen, bei den radioaktiven Zersplitterungen usw. als äußerst komplizierte Körper denken. Vor unseren geistigen Blicken tut sich hier eine neue Welt des Kleinen auf. Alledem gegenüber ließ sich bisher in dem von sinnlich wahrnehmbarer Materie freien Feld, wo der Äther allein anzunehmen ist, keine Spur von Differenzierung entdecken. Sollte also auch der Äther atomistisch gebaut sein, wie man wohl vermutet hat, so müßte seine Struktur jedenfalls sehr viel feiner als die der sinnlich wahrnehmbaren Materie sein. — Bei der Annahme, daß die Materie und der Äther gleichartig seien, kommt auch nicht die doch höchst bemerkenswerte Erfahrung zur Geltung, daß nach dem Fizeauschen Versuch über die Lichtbewegung in strömender Flüssigkeit und überhaupt nach dem ganzen elektrodynamischen Verhalten der Materie auch in ihrem Innern noch ein Gegensatz angenommen werden muß zwischen beweglichen Atomen und Molekülen und einem elektrodynamischen Feld, welches an den Bewegungen dieser Atome und Moleküle nicht teilnimmt. Beachtenswert ist ferner auch, daß gerade die Konstanz der Elektrisierung sich als eine Folge der elektrodynamischen Feldgleichungen ergibt; der Äther scheint hiernach Anteil an der atomistischen Konstitution der Materie zu haben, und es deuten sich so Zusammenhänge an, für welche die Annahme einfacher Dichteunterschiede keineswegs der rechte Ausdruck zu sein scheint. — Auch heute noch möchte ich über das gegenseitige Verhältnis von Äther und Materie die vorsichtigen Worte wiederholen, die ich in einem Vortrage[1]) im Januar 1897 aussprach: „Der ‚ruhende Äther' und die ‚bewegliche Materie' sind als Bilder aufzufassen, die wir von unserem menschlichen Standpunkt aus in der Natur sehen, und von denen wir nicht wissen, was ihnen in Wirklichkeit entspricht. Sich darüber Gedanken zu machen, ist gewiß interessant, aber für die Beschreibung der Naturerscheinungen vorläufig noch nicht notwendig. Für uns genügt es völlig, festzustellen, daß alles sich so zuträgt, als ob zwei solche Dinge, wie der ruhende Äther und die bewegliche Materie vorhanden wären. Wir können es ganz der zukünftigen Wissenschaft überlassen, uns näher an diese scheinbaren Dinge heranzuführen und unsere Vorstellungen zu vertiefen." —

Als Verteidiger des Äthers möchte ich hier noch einige Worte gegen die in § 8 mitgeteilten Ausführungen der Herren Einstein und Campbell anknüpfen.

A. Einstein äußert die Meinung, die elektromagnetische Feldenergie sei etwas Ähnliches wie die Materie, sie habe insbesondere mit dieser die Eigenschaft der Trägheit gemeinsam. Hierzu ist zunächst zu sagen, daß bei der innigen Verbindung zwischen Äther und Materie sich ganz gewiß Parallelen zwischen dem Verhalten der Materie einerseits und den Erregungen im Äther andererseits ziehen lassen. Aber man wird doch nicht außer acht lassen dürfen, daß auch wesentliche Unterschiede bestehen. Die Materie kann beliebige Schreitungen annehmen und gerade an Änderungen dieser Schreitungen knüpft sich der Begriff der Trägheit. Im Gegensatz dazu sind die elektrodynamischen Erregungen überall da, wo sie sich frei von der Materie bewegen, an ganz bestimmte Schreitungen gebunden. Will man auch sie mit der Trägheit in Beziehung bringen, so muß man sie fesseln. In der Natur kann dieses unseres Wissens allein durch die Kerne geschehen, welche in den materiellen Atomen geboten werden. Für theoretische Untersuchungen hat man wohl auch Käfige mit spiegelnden Wänden erdacht. In beiden Fällen tritt in die Erscheinung ein Element hinein, das den Vorgängen im freien elektromagnetischen Feld völlig fremd ist.

Herr Campbell meint, wir hätten schon deswegen kein Recht, von einem Äther zu sprechen, weil uns auch bei seiner Annahme kein Mittel zu Gebote stände, eine Stelle in ihm von der anderen zu unterscheiden. Als Inhalt für den von der sinnlich wahrnehmbaren Materie freien Raum biete sich allein die Energie dar. Dagegen ist zunächst zu sagen, daß es für die Dinge in der Welt recht gleichgültig ist, wie weit die Blicke des Menschen reichen. Die objektiven Dinge würden selbst dann bestehen, wenn keine Wissenschaft je den Begriff der Energie aufgestellt hätte. Daß es ferner nicht erlaubt ist, die Aufmerksamkeit auf die Energie allein zu beschränken, zeigt sich sofort, wenn man die entsprechenden Überlegungen auf den Schall anwendet. Hier ließe sich leicht ein Stand der Wissenschaft angeben, wo nach dem Gedankengang von Campbell die Schallenergie als das allein Wirkliche übrig bliebe, und die Hypothese einer „Luft" zurückgewiesen werden müßte. —

Auch den Einwand von N. Campbell, daß die elektromagnetische Energie der Bewegung des Körpers folgt, zu dem sie gehöre, hat keine beweisende Kraft, obgleich hier eine bedeutungsvolle Unterlage insofern vorhanden ist, als in der Tat die elektromagnetischen Erregungen stets als Superposition von Einzelerregungen aufgefaßt werden können, welche auf Rechnung der verschiedenen materiellen Körper kommen.

1) E. Wiechert, Über das Wesen der Elektrizität, Schriften d. Phys.-ökonomischen Ges. zu Königsberg i. Pr. **38** [3], 1897; auch: Naturw. Rundschau, Mai 1897.

Es steht nämlich dem Einwand der Umstand entscheidend entgegen, daß die Ausbreitung der elektrodynamischen Erregungen in Schreitungen geschieht, die von dem Bewegungszustand der materiellen Körper unabhängig sind.

§ 20. Relativitätsgesetze und Raum-Zeit-Systeme.

Der große Reiz, den das unbedingte Relativitätsprinzip besonders auf Vertreter der Mathematik ausübt, liegt in erster Linie wohl in dem Ausblick, die Raum- und Zeit-Anschauungen zu einer höheren Einheit verbinden zu können. Ich wählte in der vorliegenden Arbeit eine Darstellung, bei der die Abhängigkeit der Zeitvorstellung von räumlichen Bedingungen zwar anfangs auch scharf hervortrat, bei der dann aber doch immer mehr Fragen überwogen, die sich an die Existenz des Äthers knüpften. Indem ich jetzt die Untersuchung der Raum-Zeit-Vorstellung gesondert wieder aufnehme, sollen zur Gewinnung einer Schlußübersicht Wiederholungen nicht gescheut werden.

Wir haben erkannt, daß die Schwierigkeiten in der Zeitauffassung für die Physik beginnen, wenn der Verlauf an verschiedenen Orten aufeinander bezogen werden soll. Das Wesentliche wird hier durch die Frage zusammengefaßt: „Was ist Gleichzeitigkeit?“ Es ist äußerst wichtig zu beachten, daß man dieser Frage gegenüber verschiedene Standpunkte einnehmen kann. Um zu sehen, worauf es ankommt, vergleiche man jene frühere Art der Zeitrechnung, bei der in Deutschland jeder Ort die eigene astronomische Ortszeit benutzte, mit der heutigen, wo überall die „Mitteleuropäische Zeit“ eingeführt ist. Die gleiche Zeitangabe, etwa „12 Uhr mittags“, bedeutete damals etwas wesentlich anderes als heute. Man wird sofort erkennen, daß volle Berechtigung dafür vorliegt, in verschiedenen Fällen mit verschiedenen Zeitsystemen zu rechnen. — Dazu kommt ein anderer Umstand, der wohl noch bedeutsamer ist. Die Mathematik hat einst entdeckt, daß sich in Gedanken Räume mit verschiedenem Krümmungsmaß konstruieren lassen, und sie zieht seitdem alle diese Räume in ihre Arbeit ein. Der Physik ist so die Aufgabe erstanden, festzustellen, welcher Art der wirkliche Weltenraum ist. Jetzt ist erkannt worden, daß die Zuordnung von Zeit und Ort nicht so selbstverständlich ist, wie früher stillschweigend angenommen wurde. Es hat sich sogar gezeigt, daß eine mathematische Gruppe von unendlich vielen Zeitsystemen zur Beschreibung einer großen Klasse physikalischer Vorgänge gleichwertig erscheint. Da ist es sicherlich nicht nur ein mathematisches Problem, diese Zeitsysteme zu vergleichen, sondern es ergibt sich für den Physiker die Aufgabe, die Bedeutung dieser Zeitsysteme für die Vorgänge in der Natur festzustellen. —

Bei der Behandlung des Problems der Zeitauffassung für die Physik wollen wir vom Allgemeinen ins Spezielle gehen.

Zur Festlegung des Ortes dienen in der Physik für grundlegende Untersuchungen Koordinatensysteme, die für alle im System ruhenden Punkte die gleiche und sich dauernd gleichbleibende Schreitung ergeben. Wir wählen eine beliebige Schreitung S und ein dazu gehöriges rechtwinkeliges Koordinatensystem x, y, z aus. Von einem Zeitsystem, welches den Anforderungen der Physik entsprechen soll, muß vorausgesetzt werden, daß es jede gleichförmige Schreitung eines Punktes durch eine gleichförmige Geschwindigkeit darstellt. Damit ist festgesetzt, daß alle in Betracht kommenden Zeitsysteme miteinander durch lineare Beziehungen der Form

$$t' = \alpha (t + \beta_x x + \beta_y y + \beta_z z) \qquad (97)$$

verbunden sind. Sie mögen für den Augenblick die „allgemeinen physikalischen Zeitsysteme“ heißen. t, t' geben hier die Zeiten in irgend zwei der Systeme für einen bestimmten Punkt mit den Koordinaten x, y, z an. α, β_x, β_y, β_z sind Konstanten, welche die beiden Zeitsysteme miteinander verbinden. α wird durch die beiden Zeiteinheiten bestimmt. β_x, β_y, β_z entsprechen den verschiedenen Zuordnungen von Zeit und Ort, d. h. der verschiedenen Festsetzung der „Gleichzeitigkeit“.

Unter den physikalischen Zeitsystemen wird nun eine bestimmte Auswahl getroffen. Wesentlich ist dabei, daß jeder Schreitung ein besonderes Zeitsystem zugeordnet wird, so daß Raumbestimmung und Zeitbestimmung miteinander verbunden werden. Es entstehen dabei die „symmetrischen Raum-Zeit-Systeme“, die sich zur „Lorentz-Gruppe“ zusammenschließen lassen. Nach dem bisherigen Gang der Überlegungen in der vorliegenden Arbeit könnte man das etwa folgendermaßen darstellen.

Das zu einer Schreitung gehörige symmetrische System der Gleichzeitigkeit ist durch irgendeine der folgenden, nur ihm eigentümlichen Eigenschaften bestimmt:

a) Die scheinbaren Änderungen der Dimensionen, welche irgendein materieller Körper bei sonst gleichbleibenden physikalischen Bedingungen zeigt, sind in den beiden Fällen formal gleich, in welchen der Körper von relativer Ruhe zum System in irgend zwei entgegengesetzt gleiche Relativgeschwindigkeiten übergeführt wird.

b) Wird irgendein Vorgang benutzt, um ausgehend von relativer Ruhe zum System eine Relativgeschwindigkeit zu erzeugen, so ergibt sich diese Relativgeschwindigkeit der Maßzahl nach gleich groß, wenn derselbe Vorgang in gleicher

Stärke unter gleichen Umständen auf zwei entgegengesetzte Richtungen angewandt wird.

c) In jedem homogenen, gegenüber dem System ruhenden materiellen Medium erhält die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer jeden Erregung nach zwei beliebigen entgegengesetzten Richtungen unter sonst gleichen Umständen der Maßzahl nach gleiche Werte. Das gleiche gilt auch für die Ausbreitung der elektrodynamischen Erregungen im Raum frei von Materie.

d) Der Verlauf eines jeden physikalischen, chemischen oder Lebens-Vorganges erscheint unter sonst gleichen Umständen für irgend zwei Schreitungen, die gegenüber dem Koordinatensystem durch entgegengesetzte, der Maßzahl nach gleiche Geschwindigkeiten gekennzeichnet sind, gleich schnell zu erfolgen. —

Die Relativitätsgesetze lehren, daß alle diese Eigenschaften sich für jede Schreitung an ein und dasselbe System der Gleichzeitigkeit knüpfen. — Die weiteren Angaben der Relativitätsgesetze kommen für die Zuordnung der Längen- und Zeiteinheiten zur Geltung. In bezug auf eine einzelne Schreitung wird folgendes ausgesagt: Die Längeneinheiten für die verschiedenen Richtungen lassen sich so feststellen, daß ein jeder materielle Körper, der in bezug auf das Koordinatensystem nacheinander in beliebig verschiedenen Orientierungen zu relativer Ruhe gebracht wird, unter sonst gleichen Umständen die gleichen Dimensionen zeigt. So entsteht das „symmetrische System der Raumkoordinaten" für die betreffende Schreitung.

Wird ein symmetrisches „Raum-Zeit-Koordinatensystem" benutzt, d. h. für die Zeit das symmetrische System der Gleichzeitigkeit und für den Raum das symmetrische Koordinatensystem, so gelten nach den Relativitätsgesetzen alle die vorhin als charakteristisch für das symmetrische System der Gleichzeitigkeit angeführten Gesetze nun mit der Erweiterung, daß nicht nur Paare je zweier entgegengesetzter Richtungen, sondern alle Richtungen sich gleich verhalten.

Man erkennt, daß bis auf nebensächliche Festsetzungen über die Wahl der Anfangspunkte von Raum- und Zeitkoordinaten und der Richtung der Achsen ein jedes symmetrisches Raum-Zeit-Koordinatensystem fest bestimmt ist, sobald die Einheit für die Zeit und die Einheit für die Länge parallel irgendeiner Richtung gegeben wird. Um dabei die Raum-Zeit-Systeme aufeinander zu beziehen und sie so zur Lorentz-Gruppe zusammenzufassen, dienten die folgenden beiden Aussagen der Gesetze der Relativität:

a) Die Einheiten der Länge können für die zu den verschiedenen Schreitungen gehörigen Raum-Zeit-Systeme so bestimmt werden, daß ein jeder materieller Körper, der vom Ruhezustand in einem System zum Ruhezustand in einem anderen gebracht wird, unter sonst gleichen Umständen, den Maßzahlen nach die gleichen Dimensionen annimmt.

b) Die Einheiten der Zeit können in den zu den verschiedenen Schreitungen gehörigen Raum-Zeit-Systemen so bestimmt werden, daß alle von den Relativitätsgesetzen beherrschten Vorgänge (also wohl alle uns bekannten Naturvorgänge, abgesehen vielleicht von der Gravitation) den Maßzahlen nach in den verschiedenen Raum-Zeit-Systemen unter sonst gleichen Umständen in gleicher Weise verlaufen.

Die Raum-Zeit-Systeme werden durch diese Festsetzung der Einheiten für die Beschreibung der Vorgänge formal gleichwertig. Hiermit ist die Krönung der Gesetze der Relativität gewonnen. Wir haben erkannt (§ 14), daß die Gleichwertigkeit der Zeitsysteme in dem hier verlangten Sinne nur möglich ist, wenn die Erscheinungen unter der Herrschaft der Funktion $\sqrt{1 - u^2/C^2}$ stehen. Als ein bedeutungsvolles Endresultat der Untersuchungen ergab sich die Erkenntnis, daß entsprechend der Konstanten C ein gewisser Bereich von Schreitungen in der Welt abgegrenzt wird, innerhalb welchem die von den Relativitätsgesetzen umfaßten Schreitungen liegen.

Es soll jetzt das Ganze noch einmal überblickt werden, aber in so verändertem Vorgehen, daß nun die Grenzschreitungen den Ausgangspunkt bilden. So wird ihre fundamentale Bedeutung noch weit schärfer zur Geltung kommen. — Man wird sich vorstellen müssen, die Grenzschreitungen seien durch Beobachtungen bestimmt worden. Am einfachsten könnte dies erreicht werden, wenn dazu die Bewegung des Lichtes im Raum frei von Materie aufgesucht wird. —

Zu jeder Schreitung wird das „symmetrische System der Gleichzeitigkeit" als dasjenige definiert, in welchem den Grenzschreitungen in je zwei entgegengesetzten Richtungen der Maßzahl nach gleiche Geschwindigkeiten zugeordnet werden. Entsprechend heißt ein Raum-Koordinatensystem dann „symmetrisch", wenn die Geschwindigkeit der Grenzschreitungen sich für alle Richtungen der Maßzahl nach gleich groß ergibt. Durch Zusammenordnung entstehen für alle Schreitungen die „symmetrischen Raum-Zeit-Systeme". Um sie gemäß den Relativitätsgesetzen formal gleichwertig zu machen, setzen wir fest, daß Zeit- und Längeneinheiten für die verschiedenen Schreitungen so zu wählen sind, daß die Geschwindigkeit der Grenzschreitungen in allen Systemen den gleichen Zahlenwert c erhält. — Diese Abmachungen bringen

schon die Funktion $\sqrt{1-u^2/c^2}$ zur Geltung, beschränken aber die Raum-Zeit-Systeme noch nicht völlig auf die Lorentz-Gruppe. Um das zu zeigen, sollen Formeln des § 13 verwertet werden.

Irgend zwei Schreitungen S und S' mögen herausgegriffen werden. t und t' seien die Zeiten in den zugehörigen symmetrischen Systemen. Was die Raumkoordinaten anbetrifft, so können wir die Untersuchung auf die z- bezüglich die z'-Koordinaten beschränken, wenn die z- und die z'-Achse einander parallel und beide parallel der Richtung der relativen Bewegung der Schreitungen gelegt werden. Es sei v die Geschwindigkeit des Systems (S'), beurteilt im System (S). — Zur Beziehung der Raum-Zeit-Systeme (z, t) und (z', t') aufeinander kann nach § 13 bei passender Wahl der Anfangspunkte geschrieben werden:

$$t' = \alpha(t-\beta z), \quad t = \alpha'(t'-\beta' z'). \tag{98}$$

Die Konstanten $\alpha, \beta, \alpha', \beta'$ sind nach (65) mit der Relativgeschwindigkeit v verbunden durch die Formel:

$$1-\beta v = \frac{1}{\alpha\alpha'}. \tag{99}$$

Der relativen Bewegung eines Punktes parallel der Relativbewegung von (S') gegen (S) entsprechen dabei in den Systemen (z, t), (z', t') Relativgeschwindigkeiten u und u', zwischen welchen nach (64) und (65) die Beziehung

$$(1+\beta u)(1+\beta' u') = 1-\beta v \tag{100}$$

besteht. Gemäß den neuen Festsetzungen über die Zeitsysteme und ihre Einheiten muß für $u = c$, u' ebenfalls $= c$ und für $u = -c$, u' ebenfalls $= -c$ werden, also folgt aus (100):

$$\left.\begin{aligned}(1+\beta c)(1+\beta' c) &= 1-\beta v,\\ (1-\beta c)(1-\beta' c) &= 1-\beta v.\end{aligned}\right| \tag{101}$$

Diese beiden Gleichungen ergeben:

$$\left.\begin{aligned}-\beta' = \beta &= \frac{v}{c^2},\\ 1-\beta v = 1-\frac{v^2}{c^2} &= \frac{1}{\alpha\alpha'}.\end{aligned}\right| \tag{102}$$

Nun gehen (98) über in:

$$\left.\begin{aligned}t' &= \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha'}}\cdot\frac{t-\frac{v}{c^2}z}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\\ t &= \sqrt{\frac{\alpha'}{\alpha}}\cdot\frac{t'+\frac{v}{c^2}z'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.\end{aligned}\right| \tag{103}$$

Hiernach folgt weiter noch:

$$\left.\begin{aligned}z' &= \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha'}}\cdot\frac{z-vt}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},\\ z &= \sqrt{\frac{\alpha'}{\alpha}}\cdot\frac{z'+\alpha t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.\end{aligned}\right| \tag{104}$$

Diese Formeln zeigen die charakteristischen Nenner der Lorentz-Transformationsformeln, unterscheiden sich aber von ihnen durch das Auftreten der unbestimmten Faktoren $\sqrt{\alpha/\alpha'}$, $\sqrt{\alpha'/\alpha}$. Die Berechtigung der vorangestellten Behauptung ist damit erwiesen. —

Wird der Zahlenwert der Grenzgeschwindigkeit c, welcher nach unseren Festsetzungen allen Raum-Zeit-Systemen gemeinsam sein soll, beliebig, aber fest vorgeschrieben, so bleibt für jedes System noch die Zeiteinheit oder die Längeneinheit für eine Richtung verfügbar. In den Formeln (103), (104) drückt sich dieses durch das Auftreten der Faktoren $\sqrt{\alpha/\alpha'}$, $\sqrt{\alpha'/\alpha}$ aus, und zwar nur durch das Auftreten dieser, denn der Wert von v ist durch die Festsetzung des Wertes von c mitbestimmt. —

So zeigt sich denn, daß die Zuordnung stets der gleichen Maßzahl zur Grenzgeschwindigkeit, wie es die Relativitätsgesetze verlangen, noch nicht genügt, um das System der für die Relativitätsgesetze gleichwertigen Raum-Zeit-Systeme zu konstruieren. Die Relativitätsgesetze müssen also nochmals eingreifen. Es kann dieses geschehen durch die Vorschrift, daß das zu irgendeiner Schreitung gehörige Raum-Zeit-Koordinatensystem, beurteilt im System irgendeiner anderen Schreitung, sich gerade so darstellen soll, wie das zweite Raum-Zeit-Koordinatensystem im ersten System. Dann ergibt sich für (103), (104) sogleich $\sqrt{\alpha/\alpha'} = 1$, und es entsteht die Lorentz-Transformation. — Die Relativitätsgesetze in ihrer Allgemeinheit behaupten die formale Gleichwertigkeit der so verbundenen Raum-Zeit-Systeme für die Beschreibung der Naturvorgänge.

Die obigen Auseinandersetzungen zeigen wiederum offenkundig, daß die Relativitätsgesetze sich durchaus nur auf die Maßzahlen beziehen, die sich ergeben, wenn den verschiedenen Raum-Zeit-Systemen in passender Wahl Raum- und Zeiteinheiten zugeordnet werden. So folgt auch wieder, daß weder aus der Gleichheit zweier der Maßzahlen auf objektive Gleichheit, noch aus der Verschiedenheit zweier Maßzahlen auf objektive Verschiedenheit irgendwie geschlossen werden kann. Das unbedingte Relativprinzip behauptet, daß die den Maßzahlen

nach gleichwertigen Lorentzschen Raum-Zeit-Systeme ohne jede Ausnahme für das Weltgeschehen gleichwertig seien, indem die in ihnen zutage tretende Verkettung von Zeit und Schreitung als eine Folge des Wesens von Zeit und Raum erklärt wird. — In der vorliegenden Arbeit wurde demgegenüber darauf hingewiesen, daß die Gleichwertigkeit der Lorentzschen Raum-Zeit-Systeme für alles Weltgeschehen schon deswegen nicht ohne Einschränkung behauptet werden darf, weil diese Systeme an einen ganz bestimmt abgegrenzten Bereich von Schreitungen gebunden sind. Es ließ sich ferner nachweisen, daß die verschiedenen Schreitungen und also auch die verschiedenen Raum-Zeit-Systeme für die Geschwindigkeit des Ablaufs der Naturerscheinungen nicht gleichwertig sind. Jetzt wollen wir noch beachten, daß bei der Formulierung der Relativitätsgesetze, also auch bei der Konstruktion der zugehörigen symmetrischen Zeitsysteme, der gewöhnliche physikalische Begriff der Gleichzeitigkeit gar nicht vollständig verwertet wird.

§ 21. Physikalische Gleichzeitigkeit.

Der Begriff der physikalischen Gleichzeitigkeit knüpft sich an die Vorstellungen von „Ursache" und „Wirkung", oder „Auslösung" und „Folge". Um das hervortreten zu lassen, sollen insbesondere zwei Stationen A und B ins Auge gefaßt werden. Erfahrungsgemäß wissen wir, daß in B eine Wirkung durch Operation in A erzeugt werden kann und umgekehrt. Es kann dies in den mannigfachsten Arten geschehen: durch die Absendung eines lebenden Boten, durch das Abfeuern eines Schusses, durch die Aussendung eines Lichtblitzes usw. Theoretisch wäre als Mittel der Übertragung auch die Gravitation zu verwerten. In allen diesen Fällen wird nun angenommen, daß die „Folge" in der Empfangsstation „später" eintritt, als die „Auslösung" in der Gebestation, und daß umgekehrt die „Auslösung" „früher" stattfindet als die „Folge". Indem nun bald A, bald B als Gebestation benutzt wird, entsteht eine Beziehung zwischen dem Zeitverlauf in A und B derart, daß zu jedem Zeitpunkt für eine Station, etwa A, ein Zeitintervall für die andere Station, etwa B, sich angeben läßt, welches zwischen den als „früher" und den als „später" erkennbaren Zeiten liegt. Dieses offene Intervall wird um so kleiner, je schneller die Übertragung ist. Die gewöhnliche physikalische Vorstellung nimmt nun an, daß in der Natur keine obere Grenze für die Geschwindigkeit der Übertragung gegeben sei, wenn man über die Beschränktheit der menschlichen Mittel hinwegsieht, und nimmt weiter an, daß das Intervall bei unendlich wachsender Geschwindigkeit der Übertragung unendlich klein wird, so daß zu jedem Zeitpunkt der einen Station ein bestimmter der anderen zugeordnet wird. Dieser Zeitpunkt trennt dann als ein scharfer Schnitt die „früheren" von den „späteren" Zeitpunkten, und heißt „gleichzeitig". Wir sehen, daß der gewöhnliche physikalische Begriff der Gleichzeitigkeit an die Vorstellung unendlich schneller Übertragung der Wirkung anknüpft. Sobald man demgemäß nur endliche Übertragungsgeschwindigkeit in Rechnung zieht, bleibt für die physikalische Vorstellung eine Unbestimmtheit in der Feststellung der Gleichzeitigkeit bestehen, die nur durch etwas Fremdartiges, etwa durch Hypothesen über die Übertragungsgeschwindigkeiten beseitigt werden kann. Über diese Unbestimmtheit wurde in § 11 gesprochen. Wird zum Beispiel das Licht als Mittel der Übertragung benutzt, das in $^1/_{1000}$ Sekunde 300 km zurücklegt, so ergibt sich bei einem Abstand der Stationen von 150 km eine Unbestimmtheit von $^1/_{1000}$ Sekunde. In der Formel (97) äußert sich diese darin, daß für die Konstanten β_x, β_y, β_z der entsprechende Spielraum offen bleibt. Nun wird bei den Relativitätsgesetzen keine größere Geschwindigkeit als die des Lichtes verwertet, also bleibt diese Unbestimmtheit im ganzen Umfange bestehen. In der Tat wird sie durch die Gruppe der Lorentz-Systeme voll zum Ausdruck gebracht.

Indem das unbedingte Relativitätsprinzip von uns die Anerkennung der Hypothese verlangt, daß die Unbestimmtheit, welche von der Lichtübertragung noch offen gelassen wird, definitiv sei, gegeben durch eine uns verborgene Verkettung von Raum und Zeit, verwirft sie die alte physikalische Vorstellung von der Bestimmtheit der Gleichzeitigkeit. Es wird behauptet, daß die Verkettung von Raum und Zeit Übertragungen mit größerer Geschwindigkeit als der des Lichtes in der Natur ausschließe, so daß die alte Vorstellung eines unbegrenzten Zusammenschrumpfens des Zeitintervalls zwischen „früher" und „später" unerlaubt sei. Dieses Intervall habe endliche Größe, und jede Zuordnung der Zeiten in ihm als „gleichzeitig" sei gleichberechtigt. Wir müßten demgemäß zum Beispiel zugestehen, daß je nach dem Standpunkt des Beobachters die Zeit des Lichtüberganges von einer Station zur anderen gegenüber derjenigen des umgekehrten Überganges klein, und zwar beliebig klein, oder auch groß und zwar beliebig groß, heißen dürfe.

Die in der vorliegenden Arbeit vertretene Auffassung ist eine andere. Die Lichtgeschwindigkeit bietet danach keine natürliche Grenze, die

durch die Verkettung von Raum und Zeit gegeben ist, sondern nur eine Grenze, welche ihre Erklärung in den Eigenschaften des Äthers findet, und die daher den mit den elektrodynamischen Eigenschaften des Äthers verknüpften Naturerscheinungen eigentümlich ist. Die Unbestimmtheit in der Feststellung der Gleichzeitigkeit wird so nur in praktischer Hinsicht anerkannt, gilt aber nicht als fundamental für das Weltgeschehen im allgemeinen. Nach dieser Ansicht scheint es unnatürlich, eine Abgrenzung des „früher" oder „später" zwar vorzunehmen, aber diese Abgrenzung für die Weltanschauung nur so weit zu erlauben, als das einer bestimmten, wenn auch noch nicht so wichtigen Klasse von Naturerscheinungen entspricht. Absolut genommen wird dem Lichte ein Vorrecht, zum Beispiel gegenüber dem Schall, nicht zugestanden.

Wird die Ätherhypothese anerkannt, so stellt sich die Sachlage in bezug auf die „Gleichzeitigkeit" so dar:

Ohne weitere Hypothesen wäre eine Verschärfung der Feststellung der Gleichzeitigkeit nur möglich, wenn für die Übertragung Schreitungen benutzt werden könnten, die außerhalb des Bereiches der elektrodynamischen Schreitungen liegen. Wegen der Abhängigkeit der sinnlich wahrnehmbaren Materie von dem Äther ist für diese an „Überlichtgeschwindigkeit" kaum zu denken. So bleibt für die Theorie wohl nur der Hinblick auf die Gravitation, wenn sich zeigen ließe, daß diese sich in Schreitungen jenseits des Gebietes der Elektrodynamik ausbreitet. Aber auch hier ist für die Beobachtung bei der Schwierigkeit der Aufgabe[1]) nur wenig Hoffnung für ernstliche Erfolge vorhanden. —

So sehen wir uns für die Verschärfung der Feststellung der Gleichzeitigkeit über die Einengung durch die Elektrodynamik hinaus ($^1/_{1000}$ Sekunde auf 150 km Abstand) auf Hypothesen angewiesen. Es scheint mir ein großes Verdienst der durch A. Einstein angeregten Erörterungen über die Relativität, daß dieser Umstand heute klar zutage tritt.

Wird vom Äther angenommen, daß er in dem unseren Sinnen zugänglichen Teil der Welt überall gleiche Eigenschaften habe und isotrop sei, so bietet sich sogleich die Annahme, daß eine Erregung, die von irgendeinem Punkte im Äther ausgeht, alle Punkte, die auf irgendeiner um diesen Punkt beschriebenen Kugel liegen, zu gleicher Zeit erreicht. Damit wäre dann die Gleichzeitigkeit für die Physik eindeutig definiert; diese Gleichzeitigkeit entspricht der Zeitrechnung desjenigen Lorentz-Systemes, das zur relativen Ruhe im Äther gehört. — Hier sind nun aber sogleich, sowohl in theoretischer als auch in praktischer Hinsicht, bedeutungsvolle Zusätze anzuknüpfen.

Zunächst ist zu bedenken, daß die Materie und der Äther vielleicht noch nicht die letzten physikalischen Dinge in der Welt sind; Wesen anderer Organisation wie wir Menschen könnten hinter ihnen vielleicht einen noch weiter von unserer Sinnenwelt abliegenden Untergrund erkennen. Dann würde sich die kugelförmige Ausbreitung des Lichtes auch nur als eine Annäherung erweisen. Möglich scheint es auch, daß im Äther Strömungen vor sich gehen, welche die Lichtwellen verzerren. Man wird eben immer wieder bedenken müssen, daß es keineswegs möglich ist, die Welt in so kurze Formeln zu fassen, wie die menschliche Eitelkeit es wünscht. —.

Weiter aber ist klar, daß jede Anwendung der Definition der Gleichzeitigkeit ein Urteil über die Lage jener Schreitung verlangt, welche die relative Ruhe gegen den Äther bedeutet. Praktisch gesprochen handelt es sich dabei um die Feststellung der relativen Bewegung der Erde gegen den Äther. Da erscheint nun nach dem Ausfall des Michelsonschen Experimentes und nach den sich anschließenden Folgerungen über die Relativität der Erscheinungen zunächst jede beliebige Annahme über die Richtung und jede beliebige Annahme über die Geschwindigkeit bis hinauf zur Lichtgeschwindigkeit als gleichberechtigt. Das wäre für die menschliche Anschauung ein recht großer Spielraum, es wäre aber eben auch nur ein Spielraum; völlige Freiheit würde uns nicht geboten. Über die Grenzschreitungen des Lichtes dürften wir nicht hinausgehen: das wird niemand vergessen dürfen, der physikalische oder philosophische Folgerungen anzuknüpfen gedenkt.

Ich möchte nun aber doch meinen, daß Anzeichen vorhanden seien, nach denen für die Größe der Relativgeschwindigkeit der Bereich mit viel Wahrscheinlichkeit weitgehend eingeschränkt werden kann. Ich denke an die für mein Empfinden sehr auffällige Erscheinung, daß im ganzen Sternenraum, so weit man ihn auch spektrometrisch untersucht hat, sich nirgends erhebliche Relativgeschwindigkeiten gegen unser Sonnensystem gezeigt haben. So möchte ich vermuten, daß Kräfte wirksam sind, die nach der Art der Reibung die Bewegung gegen den Äther beschränken. Danach wäre zu erwarten, daß die relative Geschwindigkeit der Erde gegen den Äther nur von der Größenordnung 100 Kilometer/Sekunde ist. Die Abweichung unserer Zeitrechnung von derjenigen der physikalischen Gleichzeitigkeit im höheren Sinn wäre so für

1 Vgl. H. A. Lorentz, diese Zeitschr. 11, 1234, 1910.

Entfernungen von 1000 Kilometer der Größenordnung nach auf 1 milliontel Sekunde zu schätzen.

§ 22. Raum-Zeit-Vorstellung.

Wir sind zum Schluß gelangt. Da sollen die letzten Überlegungen der Raum-Zeit-Vorstellung des Beobachters gelten. Was bis hierher über die räumlichen und zeitlichen Verhältnisse und über den Zusammenschluß von Raum und Zeit gesagt wurde, war an die objektiven Erscheinungen in der Natur gebunden. Für den Geist des Menschen blieb nur die Aufsuchung der Ordnung. Wie steht es nun um das subjektive Element der Vorstellung?

Da wir voraussetzen, daß auch der Beobachter mit seinem Körper und seinen Lebensvorgängen dem Relativitätsgesetz unterworfen ist, ist die Antwort sogleich gegeben: Sie kann auch bei unserem Standpunkt, der den Äther annimmt, nicht anders lauten, als daß das Urteil des Beobachters über Raum und Zeit in eben der Weise von seiner Schreitung abhängt, wie es H. Minkowski in lebhaften Farben schildert. — Es sei mir gestattet, hier einige Beispiele vorzuführen, denn diese Methode ist wohl am besten geeignet, der Phantasie die erlaubten Bahnen zu zeigen. Mehr als einmal hatte ich Gelegenheit zu bemerken, wie durchaus verkehrt die Folgerungen waren, welche an das Relativitätsprinzip geknüpft wurden. —

Über die Variation in der Auffassung der Gleichzeitigkeit ist in der vorliegenden Arbeit schon oft gesprochen worden. Diese Variation stellt sich bei Änderung der Schreitung ein, wenn der Beobachter nur seine sinnlich wahrnehmbare Umgebung, die an seiner Schreitung teilnimmt, beachtet, und wenn er auf die Gleichzeitigkeit schließt, ohne mit der Möglichkeit zu rechnen, daß durch seine Bewegung gegen die übrige Welt (insbesondere gegen den Äther) die Beobachtungen einseitig beeinflußt werden könnten. — Es wird genügen, wenn hier von neuem auf die Kleinheit des Spielraums in der Auffassung der Gleichzeitigkeit hingewiesen wird. Befinden sich zwei Beobachter auf zwei Weltkörpern, die sich mit 100 km/sec Geschwindigkeit relativ gegeneinander bewegen, so wird der Unterschied in der Auffassung der Gleichzeitigkeit nur $+1$ milliontel Sekunde auf 1000 Kilometer betragen! Selbst im Maximum, wenn die Relativgeschwindigkeit an die Lichtgeschwindigkeit herangeht, steigt der Unterschied auf nicht mehr als $+1/1000$ Sekunde bei 300 Kilometer Abstand. —

Bei Änderung seiner Schreitung wird der Beobachter eine Änderung der Dimensionen aller übrigen körperlichen Gebilde der Welt zu sehen vermeinen. Entspricht die Änderung einer Relativgeschwindigkeit von 100 km/sec, so wird ein Körper, der sich vorher als Kugel darstellte, um den 20millionten Teil des Radius abgeplattet erscheinen. Um erheblichere scheinbare Formveränderungen zu erhalten, muß bis in die Nähe der Lichtgeschwindigkeit heraufgegangen werden. Nehmen wir an, daß die Änderung der Schreitung einer Relativgeschwindigkeit entspricht, die bis auf 3 Proz. der Lichtgeschwindigkeit nahekommt, so wird $\sqrt{1 - v^2/c^2} = 1/4$. Stellen wir uns also vor, daß ein Beobachter mit solcher Geschwindigkeit an unserem Sonnensystem vorüberfährt, so wird er Bahnen von Planeten und Trabanten, parallel deren Ebenen er sich bewegt, als Ellipsen mit dem Achsenverhältnis 4 : 1 sehen, wenn sie uns nahe kreisförmig erscheinen.

Besonders auffällig erscheint der Einfluß der Schreitung auf die Auffassung der Geschwindigkeit des Ablaufs der Naturerscheinungen, sobald wir annehmen, daß der Gedankenfluß des Beobachters und seine Empfindung für „schnell" und „langsam" dem Gang seiner körperlichen Lebenserscheinungen entspricht. — Freilich, wenn für zwei Beobachter nur eine Relativgeschwindigkeit von 100 km/sec vorausgesetzt wird, ist der Unterschied ihrer Zeitauffassung äußerst gering. Was dem einen wie einer unserer Tage erscheint, wird für die Empfindung des anderen zu einem Tag, verändert um $1/200$ Sekunde. Nehmen wir aber wieder eine Relativgeschwindigkeit an, die bis auf 3 Proz. der Lichtgeschwindigkeit nahekommt, dann wird das Verhältnis der empfundenen Zeitlängen wie 4 : 1. Das Bild mag etwas weiter noch ausgemalt werden. Denken wir uns, daß ein Beobachter durch den Raum unseres Sternhimmels mit dieser Geschwindigkeit in einer Kreisbahn mit einem Radius von 16 Lichtjahren fährt, dann wird er nach unserer Zeitrechnung nach je 100 Jahren wieder an unserem Sonnensystem vorüberkommen. In seinem Gefährt wird dabei die Zentrifugalkraft so auf ihn einwirken, daß sie gemäß den Relativitätsgesetzen der Einwirkung der Schwerkraft auf uns Erdenbewohner gleich erscheint[1]). Es sind also die wirkenden Kräfte

[1]) Bei einem Kreis mit einem Radius von α Lichtjahren ist die Zentrifugalkraft $= (v^2/c^2) \times (950/\alpha)$, wobei $950 = 3 \cdot 10^{10}/365 \cdot 86400$. Die Beschleunigung γ, welche im Lorentz-System der jeweiligen Schreitung beobachtet wird, ist nach (28) $1/(1 - (v^2/c^2))$mal größer. Setzt man also $\gamma =$ der Schwerkraft $=$ ca. 980, so wird $(v^2/c^2) = $ $=$ ca. $\alpha \cdot (1 - (v^2/c^2))$, also $(v^2/c^2) =$ ca. $\alpha/(1 + \alpha)$ und $1 - (v^2/c^2) =$ ca. $1/(1 + \alpha)$. Dabei ist die Umlaufszeit $T = 2\pi\alpha/(v/c) =$ ca. $2\pi\sqrt{\alpha(1 + \alpha)}$ Erdenjahre und die zugehörige Eigenzeit für den Mitreisenden $T' =$ ca. $2\pi\sqrt{\alpha}$ Erdenjahre.

nur so groß, daß der Phantasie die Möglichkeit geboten wird, den Reisenden als menschliches Wesen zu denken. Da hier dauernd $\sqrt{1 - v^2/c^2} = 1/4$ ist, fließt die Eigenzeit für den Reisenden viermal langsamer dahin, als für die Bewohner der Gestirne. Wenn er also nach 100 unserer Jahre wieder zu unserem Sonnensystem zurückkehrt, wird er sich selbst nur um 25 Jahre gealtert fühlen. Erreicht er nach der Entwicklung seines Körpers und nach seiner Zeitempfindung ein Alter von 75 Jahren, so entspricht dies doch einer dreimaligen Wiederkehr zu unserem Sonnensystem, also 300 unserer Erdenjahre. — Dies Beispiel ist wohl auch geeignet, den Einfluß der Schreitung auf die Geschwindigkeit des Ablaufs der Naturvorgänge deutlich zu machen. —

Ergebnis.

Die Fortpflanzung des Lichtes (d. h. der elektrodynamischen Erregungen) im Raum frei von sinnlich wahrnehmbarer Materie erfolgt in einem System von Schreitungen, welches unseres Wissens unabhängig ist von der Materie und ihren Bewegungen.

Wird die Gültigkeit der Relativitätsgesetze angenommen, so müssen in den elektrodynamischen Schreitungen zugleich Grenzschreitungen für das Verhalten der Materie gesehen werden. Bei allen uns bekannten Naturerscheinungen scheint die Materie gebunden an den Verbleib innerhalb des Gebietes, welches durch die elektrodynamischen Schreitungen abgegrenzt wird. Es muß angenommen werden, daß beim Herangehen der Schreitung eines Körpers an die Grenzen dieses Gebietes die Teile des Körpers immer mehr flächenhaft zusammenrücken, und alle physikalischen Vorgänge in ihm ohne Grenzen verzögert werden. Für die Beurteilung dessen, was mit der Materie geschieht, wenn die Grenzen des Gebiets überschritten werden, fehlt heute noch jeder Anhalt. —

Das System der genannten Schreitungen erscheint in Raum und Zeit absolut gegeben. Zur Erklärung dafür muß etwas Gegenständliches angenommen werden, was von der sinnlich wahrnehmbaren Materie unterschieden werden kann: der „Äther". Gelten die Relativitätsgesetze, so folgt, daß die sinnlich wahrnehmbare Materie mit diesem Äther noch inniger verkettet ist, als dieses schon aus den elektrodynamischen Wechselbeziehungen gefolgert werden kann.

(Eingegangen 26. Juli 1911.)

Über den lichtelektrischen Effekt im Ultrarot und einige Anwendungen hochempfindlicher Kaliumzellen.

Von J. Elster und H. Geitel.

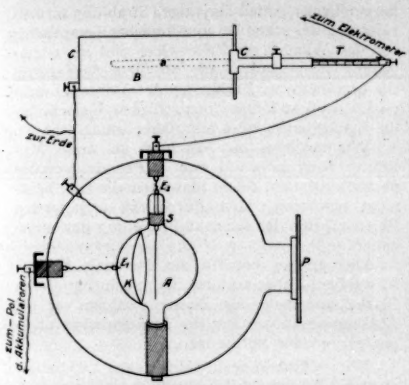
Die photoelektrischen Zellen mit Kathoden aus Alkalimetall haben in letzter Zeit zwei Vervollkommnungen erfahren, die, wie wir glauben, ihre Anwendbarkeit zu quantitativen Messungen an Lichtquellen innerhalb eines weiten Spektralbereiches ganz wesentlich erhöhen. Einerseits wird durch Überziehen des Alkalimetalles mit einer dünnen Schicht seiner kolloiden Modifikation die Empfindlichkeit gesteigert, andrerseits durch die nachfolgende Einführung eines verdünnten reaktionsunfähigen Gases, wie Helium oder Argon, dieser Zustand der Zelle, soweit es bis jetzt scheint, dauernd erhalten.

Da nun, wie bekannt, schon die alten Zellen mit kristallinischen Kaliumkathoden eine merkliche Elektronenemission gerade noch im spektralen Rot erkennen ließen, die kolloide Modifikation des Kaliums aber für sämtliche Wellenlängen des erregenden Lichts sich empfindlicher erwies als die kristallinische, so durfte vielleicht erwartet werden, daß die neuen Zellen selbst auf unsichtbares Rot noch reagieren würden. Auch der entgegengesetzte Befund, nämlich ein plötzliches Einsetzen des photoelektrischen Effekts von einer bestimmten — beim Kalium etwa im äußersten Rot gelegenen — Wellenlänge an wäre von größtem Interesse gewesen, da ja von Einstein ein solches Verhalten auf Grund der Lichtquantenhypothese wahrscheinlich gemacht ist[1]).

Wir verwandten zu den hierauf bezüglichen Untersuchungen eine hochempfindliche Kaliumzelle mit Heliumfüllung, deren Oberfläche nur einen schwachen Hauch einer rötlichen Färbung, herrührend von einer äußerst dünnen Schicht des allotropen Kaliums zeigte. Die Empfindlichkeit der Zellen scheint keineswegs mit der Stärke des kolloiden Belages zuzunehmen; wie zu erwarten, genügen Schichten von molekularer Dicke, um die Elektronenemission auf den maximalen Betrag für jede Wellenlänge und Lichtintensität zu erhöhen.

Die Zelle war, wie die Figur zeigt, in eine lichtdicht schließende, innen geschwärzte Metallkapsel eingebaut. Die Kaliumfläche K stand mittels der Elektrode E_1 in bekannter Weise mit dem negativen Pol einer Hochspannungsakkumulatorenbatterie in Verbindung, deren positiver Pol geerdet war. Von der Anode A der Zelle (einem eingeschmolzenen Platindrahte) führte die Leitung über E_2 zu dem isolierten

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **20**, 205, 1906.



Quadrantenpaar eines Elektrometers, dessen Empfindlichkeit 0,01 Volt für einen Skt. betrug. S ist ein mit der Metallkapsel und zugleich mit der Erde leitend verbundener metallischer Schutzring, der das Überfließen freier Elektrizität über die äußere Glaswand der Zelle verhüten sollte. Alle durch die Wandungen der Metallkapsel geführten Leitungen waren von dieser durch Bernsteinröhren isoliert. Wegen der Lichtdurchlässigkeit dieses Materials mußten ihre Oberflächen innerhalb der Kapsel geschwärzt werden, es geschah dies mittels eines Überzugs aus dem gut isolierenden Kitte, der unter dem Namen Picein im Handel erhältlich ist. Bei P trug die Kapsel einen abnehmbaren Verschluß, der durch Pappringe mit aufgekitteten Ebonitplatten von verschiedener Dicke gebildet wurde.

Um das Quadrantenelektrometer zur Messung eines durch die Zelle fließenden Photostroms brauchbar zu machen, wurde das isolierte Quadrantenpaar durch einen Bronsonwiderstand B mit der Erde verbunden. Dieser bestand aus einem Metallzylinder Cc von 12 cm Länge und 2,5 cm Radius, dessen isolierte Achse ein mit Ionium überzogener Metallstab a bildete. Der Stab war in seiner eigenen Richtung verschiebbar; je nach der Tiefe seines an einer Teilung T ablesbaren Hereinragens in den als Ionisierungskammer dienenden Zylinder war der Widerstand der eingeschlossenen Luft veränderlich, seine Größenordnung bei einer Belastung von 40 Volt betrug während der zu beschreibenden Versuche etwa $3 \cdot 10^{10}$ Ohm.

Schon ein einfacher Vorversuch machte es höchstwahrscheinlich, daß auch im unsichtbaren Ultrarot noch ein photoelektrischer Effekt an der Zelle bestand. Ließen wir nämlich das mittels einer Linse entworfene Bild eines elektrischen Lichtbogens zwischen Kohleelektroden auf die Ebonitplatte P (von 0,97 mm Dicke) des Verschlusses der Metallkapsel fallen, so erhielten wir, wenn an die Zelle eine Potentialdifferenz von 180 Volt angelegt war, am Elektrometer einen Ausschlag von 60 Skt., der sich durch Vermehrung der Lichtintensität noch weiter hätte steigern lassen, wenn nicht das Ebonit zu erweichen begonnen hätte. Eine Petroleumlampe, wenige Zentimeter vor der Ebonitplatte entzündet, gab eine Wirkung von etwa derselben Größe. Nun ist bekanntlich das Ebonit zwar für gewisse ultrarote Strahlen gut durchlässig, aber auch sichtbares rotes Licht wird von mäßig dicken Schichten durchgelassen. In der Tat war das erwähnte Bild des Kohlenlichtbogens für ein ausgeruhtes Auge durch die Ebonitplatte hindurch als trübroter Schein erkennbar, dagegen war von dem Lichte der Petroleumlampe nichts zu sehen. Immerhin durften völlig sichere Ergebnisse erst bei spektral zerlegtem Lichte erwartet werden.

Vermittelst eines Schwefelkohlenstoff- und eines Glasprismas, die wir hintereinander schalteten, entwarfen wir das Spektrum des weißglühenden Fadens einer Nernstlampe auf einen Pappschirm. Ein hineingeschnittener 4 mm breiter Spalt ließ bei Verschiebung des Schirmes durch die Länge des Spektrums verschiedene Farbenbereiche hindurchtreten, die wir — nach Entfernung des Verschlusses P — unmittelbar auf die dahinter aufgestellte Zelle fallen ließen.

Natürlich war bei diesen Versuchen die Nernstlampe in einem lichtdichten Gehäuse eingeschlossen, das Zimmer war verdunkelt und die Ablesung der Elektrometerskala geschah mittels einer von tiefrotem Glase umgebenen Glühlampe, deren Licht gegen den übrigen Teil des Beobachtungsraumes abgeschirmt war.

Es ergab sich nun zweifellos, daß auch weit jenseits des sichtbaren Rot noch Strahlen durch den Spalt fielen, die einen photoelektrischen Strom in der Zelle auslösten. Allerdings bestand noch eine Fehlerquelle. Brachte man das Auge an die Stelle des Spaltes, so sah man, auch wenn man weit über die Grenze des Rot hinausging, das Innere des zweiten Prismas, das dem Beschauer zugewandt war, von diffusem Licht erleuchtet, offenbar infolge kleiner Trübungen der Glasmasse. Bei der großen Empfindlichkeit der Zellen gegen sichtbares Licht konnte diese unregelmäßige Zerstreuung sehr wohl die beobachtete Wirkung wenigstens teilweise verursacht haben. Tatsächlich war eine kleine Beeinflussung der Zelle durch das aus dem Prisma kommende Licht auch oberhalb und unterhalb von dem eigentlichen Spektrum nachweisbar,

also an Stellen, die sicher nicht von ultraroten Strahlen getroffen wurden, doch wurde sie vollständig durch ein vorgeschaltetes Ebonitblatt von 0,35 mm Dicke abgeschirmt.

Diese Erfahrung machten wir uns zunutze, indem wir die Schutzkapsel der Zelle mittelst einer Verschlußplatte aus Ebonit von dieser Dicke abschlossen, und, um ganz sicher zu gehen, den Spalt ebenfalls mit einer Ebonitplatte gleicher Dicke hinterlegten. Jetzt konnte das diffuse Licht nicht mehr zu der Zelle gelangen, und es ergab sich, wie zu erwarten, im Blau, Grün und Gelb bis gegen Orange hin keine Wirkung, da die Ebonitschicht von der Gesamtdicke 0,70 mm von diesen Strahlen keinen merklichen Betrag mehr durchließ. Erst in dem dem Orange benachbarten Teil des Rot erfolgte ein Ausschlag von 1,3 Skt., das äußerste sichtbare Rot ergab 18,7, das daran sich schließende, mit dem Auge nicht mehr erkennbare Ultrarot 31,9, und selbst über diesen Bereich hinaus wurden noch 8,7 Skt. gemessen. Die Potentialdifferenz an der Zelle betrug wiederum 180 Volt.

Das so charakterisierte Intensitätsverhältnis entspricht natürlich nicht der photoelektrischen Wirksamkeit der betreffenden Spektralbezirke an sich, sondern ist eine Folge der auswählenden Absorption des Ebonits. Jedenfalls ist erwiesen, daß der photoelektrische Effekt (es handelt sich dabei ohne Zweifel um den von den Herren Pohl und Pringsheim als normalen bezeichneten) an kolloidem Kalium auch jenseits der Grenze der physiologischen Wirksamkeit des Lichts, für die ultraroten Strahlen besteht.

Die Versuche geben keinen Anhalt dafür, daß jener Effekt etwa von einer bestimmten Wellenlänge an plötzlich in Erscheinung tritt, vielmehr hat es den Anschein, daß eine asymptotische Annäherung an Null mit wachsender Wellenlänge vorliegt. Eine Spezialuntersuchung über diese Frage wäre jedenfalls wünschenswert.

Die im vorigen nachgewiesene Lichtempfindlichkeit des kolloiden Kaliums gegen ultrarote Strahlen bedeutet zunächst nichts als ein weiteres Hinausschieben der Grenze für die Wellenlänge des die Elektronenstrahlung erregenden Lichtes nach der Seite der wachsenden Wellenlängen hin, es ist vorderhand nicht notwendig, sie in Zusammenhang mit dem von J. J. Thomson[1]) und E. Müller[2]) untersuchten Dunkeleffekt an Alkalimetallzellen zu bringen, der in einer äußerst geringen Elektronenstrahlung bei völligem Lichtabschlusse besteht. Es liegt gewiß nahe, diese Elektronenemission mit Herrn Müller auf den kurzwelligsten Anteil derjenigen Strahlung zurückzuführen, der schon bei gewöhnlicher Temperatur von den Wänden der Zelle selbst und ihrer Umgebung ausgesandt wird; ob diese Auffassung zur quantitativen Erklärung des Vorgangs ausreicht, muß so lange unentschieden bleiben, bis die Erscheinung selbst erst näher untersucht ist.

Wir möchten im Anschluß an diese Mitteilung noch kurz auf zwei Verwendungen der photoelektrischen Zellen hinweisen, die zwar beide nicht neu sind, aber durch die verbesserten Eigenschaften der Zellen an Bedeutung gewonnen haben.

Die erstere betrifft die Messung äußerst schwacher Lichtintensitäten, die von einer größeren Fläche ausgehen; als Beispiel wählen wir die Abklingungskurven für die Lichtemission phosphoreszierender Substanzen.

Wir stellten in einen völlig gegen Licht abgedichteten Kasten aus Schwarzblech einer empfindlichen Kaliumzelle, die in der bekannten Weise mit einem Drehspulgalvanometer in den Schließungskreis einer Hochspannungsakkumulatorenkette von 120 Volt eingeschaltet war, einen mit Balmainscher Farbe bestrichenen Leuchtschirm von 480 cm² Oberfläche gegenüber, der durch Magnesium- oder Tageslicht erregt war. Ist das Galvanometer aperiodisch eingestellt, so gibt der gemessene Ausschlag in jedem Momente direkt den Photostrom, also eine der Lichtstärke proportionale Größe an. Der Abfall der Lichtkurve läßt sich bei einer Empfindlichkeit des Galvanometers von $5 \cdot 10^{-10}$ A pro Skt. 13—20 Minuten hindurch verfolgen. Ist er zu klein geworden, um noch genau gemessen werden zu können, so ersetzt man das Galvanometer durch ein Quadrantelektrometer mit Bronsonwiderstand als Nebenschluß und kann ohne Schwierigkeit die Abnahme des Phosphoreszenzlichtes eine Reihe von Tagen hindurch beobachten.

Die so erhaltenen Kurven stimmen anscheinend mit den von Herrn A. Werner[1]) durch ein photographisches Verfahren erhaltenen überein. Der Vorteil der Methode liegt in der Möglichkeit, die Beobachtungsdauer außerordentlich zu verlängern; durch Einschalten von Strahlenfiltern würde man die Messungen auf bestimmte Spektralbereiche des Phosphoreszenzlichts beschränken können. — Bemerkenswert ist, daß die Photozelle mit Elektrometer und Bronsonwiderstand kombiniert bei der Messung schwacher über eine große Fläche ausgebreiteter Lichtintensitäten schließlich dem Auge überlegen wird. Es tritt eben in der Zelle eine Summation der gesamten eingestrahlten Energie ein; der Photostrom ist in dem angezogenen Beispiele dem

1) J. J. Thomson, Phil. Mag. (6) **10**, 584, 1905.
2) E. Müller, Verh. der D. Phys. Ges., II, 72, 1909.

1) A. Werner, Ann. der Phys. **24**, 164, 1907.

Produkte aus der Fläche der lichtempfindlichen Kaliumkathode und der des strahlenden Kalziumsulfidschirmes proportional. In der Wahrnehmung leuchtender Punkte steht dagegen die Zelle hinter dem Auge mit seinem optischen Sammelapparat zurück, zur Vergleichung etwa von Sternhelligkeiten wird daher die Photozelle nur in Verbindung mit optischen Sammelvorrichtungen von großer Öffnung verwendbar sein.

Eine zweite Anwendung der empfindlichen Photozellen ist die zur Messung und Vergleichung sehr großer Lichtstärken, z. B. des Sonnenlichts in seiner Abhängigkeit vom Höhenwinkel der Sonne.

Während bei früheren Beobachtungen dieser Art an den alten Zellen ein Galvanometer mit Spiegel und Skala notwendig war, kommt man jetzt vollkommen mit einem Meßinstrument in Dosenform aus, dessen Empfindlichkeit etwa 10^{-5} Amp. für den Skalenteil beträgt, als Stromquelle genügen 10 kleine Akkumulatoren. Der ganze Apparat wird dadurch so handlich, daß er leicht transportabel ist und etwa bei Luftfahrten ohne Schwierigkeit mitgenommen werden kann.

Wenn, wie man hoffen darf, es gelingt, hochempfindliche Kaliumzellen in Quarzglas herzustellen, so wäre damit eine Methode zur Messung gewisser Bereiche der ultravioletten Sonnenstrahlung ermöglicht, die vor allen andern den Vorzug größter Bequemlichkeit und Sicherheit bieten würde.

In vorliegender Mitteilung ist gezeigt, daß photoelektrische Zellen mit Kathoden aus Kalium, das mit einer Schicht seiner kolloiden Modifikation überzogen ist, und deren Gasinhalt aus verdünntem Argon oder Helium besteht, die Emission negativer Elektronen, den Hallwachseffekt, schon im unsichtbaren Ultrarot zeigen. Dieselben Zellen lassen sich zur quantitativen Bestimmung des Lichtabfalls phosphoreszierender Körper über sehr große Zeiträume hinaus verwenden. Lichtstärken von der Intensität des Sonnenlichts sind durch sie mittelst transportabler Galvanometer in Dosenform zu messen.

Die Mittel zu diesen Untersuchungen sind uns aus der Jagorstiftung in Berlin gewährt.

Wolfenbüttel, im Juli 1911.

(Eingegangen 18. Juli 1911.)

Fluoreszenzabsorption und Lambertsches Absorptionsgesetz beim Fluoreszein.

Von F. Kaempf.

Die Frage nach dem Vorhandensein einer besonderen Fluoreszenzabsorption, d. h. der Steigerung des Absorptionsvermögens während der Fluoreszenz ist bereits mehrfach Gegenstand von Experimentaluntersuchungen gewesen. Für Gase, die durch elektrische Entladungen zur Fluoreszenz gebracht sind, ist dies z. B. an Wasserstoff durch A. Pflüger[1]) und später durch Ladenburg[2]) nachgewiesen. Es gilt demnach hier, wenigstens qualitativ, das allerdings nur für reine Temperaturstrahlung abgeleitete Gesetz von der Gleichheit von Emission und Absorption, ein Resultat, das nach den üblichen Anschauungen, welche die Ursache der Absorption in dem Mitschwingen der Elektronen sieht, zu erwarten ist. Trotzdem bei den elektrisch erregten Gasen die Bedingungen des Nachweises einer Fluoreszenzabsorption relativ sehr günstig liegen, gelingt der Nachweis nur unter besonderen Vorsichtsmaßregeln.

Für Körper, die durch Licht zur Fluoreszenz erregt werden, wie Uranglas, Fluoreszeinlösung usw., ist die fragliche Erscheinung von Carmichel[3]), R. W. Wood[4]) und Robert A. Houstoun[5]) mit negativem Erfolg gesucht worden. Einen positiven Effekt glauben hingegen konstatieren zu können: Burke[6]), Nichols und Merritt[7]), Frances Wick[8]). Die Beobachtungsmethode war bei allen Forschern im wesentlichen die gleiche. Es wurde einmal die von einer Lichtquelle durch den betr. Körper durchgehende Intensität (I), dann die Intensität des durch seitliche Beleuchtung hervorgerufenen Fluoreszenzlichtes (Fl) und schließlich Durchlässigkeit und Fluoreszenz zusammen (C) gemessen. Alsdann muß, sofern eine Fluoreszenzabsorption (Af) vorhanden ist, $Af = I + Fl - C$.

Nichols und Merritt konstatierten hierbei nun an Lösungen von Fluoreszein die Werte von $I + Fl$ bis 12 Proz., abweichend von den Werten von C, woraus für die prozentuale Fluoreszenzabsorption $\frac{Fl + I - C}{T}$ sich Werte bis zu 42 Proz. berechneten.

Ähnliche Resultate erhielt auch Fr. Wick in einer, bei Nichols und Merritt mit dem gleichen Photometer ausgeführten Untersuchung an Resorufinlösungen. Daneben zeitigte diese Arbeit noch eine Reihe ganz eigenartiger Resultate, die jeder Erklärung trotzen, bzw. untereinander im Widerspruch stehen. Miß Wick findet nämlich in einer vorhergehenden Arbeit (diese

1) Ann. d. Phys. (4) **24**, 515, 1907.
2) Verh. d. D. phys. G. **10**, 550, 1908.
3) C. R. **140**, 139.
4) Phil. Mag. (6) **16**, 940—944.
5) Roy. Soc. Edinburgh, June 28, 1909.
6) Phil. Trans. **191** (A), 87.
7) Phys. Rev. **14**, 396; auch Jahrb. d. Rad. u. Elektr **2**, 174, 1906.
8) Diese Zeitschr. **8**, 692, 1907.

Zeitschr. 8, 681) die Gültigkeit des Lambertschen Absorptionsgesetzes bestätigt.

Da dieses Gesetz besagt, daß die Absorption unabhängig von der Intensität des einfallenden Lichtes ist, andrerseits aber mit der Zunahme dieser Intensität auch die Intensität des Fluoreszenzlichtes und demnach die Absorption steigen müßte, so ist der Befund der gleichzeitigen Gültigkeit von Lambertschem Gesetz und Fluoreszenzabsorption nicht gut denkbar. Unverständlich ist schließlich das Resultat, daß die Fluoreszenzabsorption nur bis zu einem gewissen Betrage mit der Schichtdicke der fluoreszierenden Flüssigkeit wächst, bei weiterer Steigerung dieser Schichtdicke jedoch nicht weiter zunimmt. Diese, sowie einige weitere Ergebnisse (Lage des Maximums der Fluoreszenzabsorption, Erreichung eines Maximums der Fluoreszenzabsorption bei Steigerung der Fluoreszenz in der absorbierenden Lösung) lassen die Vermutung aufkommen, daß die Resultate durch irgendwelche Fehler in der Apparatur oder Beobachtung vorgetäuscht wurden. Es schien daher wichtig, weitere Untersuchungen zu unternehmen, die Fehlerquellen sicher ausschließen.

Beobachtungen.

Da die übliche Methode der Bestimmung die von dem durchgehenden Licht erregte Fluoreszenz nicht mit berücksichtigt, wurden der gebräuchlichen Anordnung noch zwei Nicolsche Prismen hinzugefügt. Die so entstandene Versuchsanordnung zeigt die Fig. 1. Dabei be-

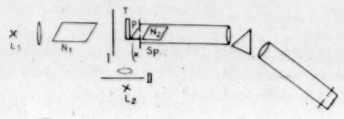


Fig. 1.

deuten: N_1, N_2 Nicolsche Prismen, T Absorptionstrog, L_1 und L_2 2 Nernstlampen, Sp einen Doppelspalt, vor dessen einer Spalthälfte sich ein kleines totalreflektierendes Prisma (P) befindet, welches das, von der kleinen Glühlampe kommende Vergleichslicht in das Photometer hineinwirft; I und II Schirme zum Abblenden von L_1 bzw. L_2.

Waren beide Nicolsche Prismen parallel, so kam bei geschlossenem Schirme II in den Apparat: erstens das durchgehende Licht von $L_1(T)$, zweitens das Fluoreszenzlicht, das seine Erregung dem durchgehenden Lichte verdankt (Fl_T). Bei gekreuzten Nicolschen Prismen dagegen nur (Fl_T). Wird Schirm II geöffnet, so erhält man bei geschlossenem Schirm I das durch L_2 erzeugte Fluoreszenzlicht (Fl), bei offenem Schirm I $Fl + Fl_T$. Schließlich bei offenem Schirm I und II und parallelen Nicolschen Prismen $Fl + Fl_T + T$. Im Laufe der Untersuchung stellte sich übrigens die Anwendung der Nicolschen Prismen als unnötig heraus, da bei geeigneter Aufstellung das von dem durchgehenden Licht erzeugte Fluoreszenzlicht so gering war, daß es nicht in Betracht kam, deshalb wurden die Nicolschen Prismen später wieder weggelassen.

Um nun immer die höchste Empfindlichkeit zu bekommen, wurde die Helligkeit des Vergleichslichtes auf die für das Auge günstigste Stärke gebracht und dann der Spalt, der den von L_1, bzw. vom Trog kommenden Strahl begrenzte, in seiner Breite variiert. Die so gewonnenen Resultate zeigten nun für verschiedene Aufstellungen des Troges usw. zunächst keine übereinstimmenden Resultate. Der Grund hierfür wurde schließlich darin gefunden, daß man bei seitlicher Einstrahlung von L_2 wegen des exponentiellen Abfalles der Lichtintensität, bzw. der dadurch hervorgerufenen Fluoreszenzintensität nicht immer bei der doppelten Spaltbreite auch die doppelte Lichtmenge in den Apparat bekam, es kommt dann eben sehr darauf an, ob der Exponentialabfall in dem vom (symmetrisch sich öffnenden) Spalt herausgeblendeten Teil in diesem Bereich noch als linear abfallend angesehen werden kann. In einem Falle, wo diese Voraussetzung erfüllt war, fanden sich folgende Werte (Mittelwerte aus 5 Einzeleinstellungen):

$$Fl = 66 \qquad T = 49 \qquad Fl + T = 114,$$

d. h. die Differenz lag unterhalb der Beobachtungsfehler, die sich auf etwa 4—5 Proz. beliefen. Eine Fluoreszenzabsorption war also nicht zu konstatieren. Dennoch schien es wünschenswert, bei den so verschiedenen Resultaten der einzelnen Forscher eine Anordnung derartig aufzubauen, daß man sich auch ohne Messungen einfach durch den Augenschein überzeugen kann, ob eine Fluoreszenzabsorption vorhanden ist oder nicht.

Dies läßt sich leicht durch den folgenden Aufbau erreichen. (Fig. 2.)

Dabei ist der Trog T, der bis auf ein kleines Rechteck mit schwarzem Papier abgedeckt ist, so weit von dem Photometer entfernt, daß das divergente Fluoreszenzlicht, das außerdem noch einen zweiten Spalt passieren muß, im Photometer nicht mehr wahrgenommen wird, wohl aber das durch Linsen schwach konvergent gemachte durchgehende Licht. Die Intensität des letzteren wird durch Rauchgläser R passend geschwächt, so daß im Trog selbst das Fluores-

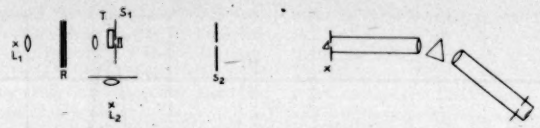


Fig. 2.

zenzlicht wesentlich stärker ist als das durchgehende. Blendet man nun, während man durch das Photometer sieht, durch geeignete Vorrichtungen abwechselnd L_2 ab, so ist keinerlei Unterschied in der Intensität zu bemerken, — also wieder das oben gewonnene Resultat. — Man kann also sagen: Eine Fluoreszenzabsorption existiert innerhalb der Fehlergrenze (4—5 Proz.) bei Fluoreszein nicht.

Mittels einer der letzteren ganz ähnlichen Anordnung wurde nun noch das Lambertsche Absorptionsgesetz geprüft. Da dies besagt, daß die Absorption unabhängig von der Intensität des einfallenden Lichtes ist, so wurde ein Rauchglassatz einmal vor und einmal hinter den Trog gestellt und die Intensität gemessen. Dabei wurden, obwohl die Intensitäten des einfallenden Lichtes bis zu dem Verhältnis von 1 : 1000 geändert wurden, keinerlei Änderung in der Absorption wahrgenommen, d. h. das Lambertsche Gesetz ist auch für fluoreszierende Substanzen erfüllt.

Zusammenfassung: Die vorliegende Untersuchung hat folgendes Ergebnis gezeitigt:

Es existiert beim Fluoreszein weder eine Abweichung vom Lambertschen Absorptionsgesetz noch eine Fluoreszenzabsorption, die den Betrag von 5 Proz. (der Meßgenauigkeit) erreicht. Die gegenteiligen Resultate von Nichols und Merritt sowie Frances Wick müssen als nicht zutreffend bezeichnet werden.

Physikalisches Institut der Univers. Leipzig.

(Eingegangen 3. Juli 1911.)

Ein Dämpfungsmesser für die Praxis der drahtlosen Telegraphie.

Von Paul Ludewig.

I.

Zur Bestimmung der Dämpfung elektrischer Schwingungskreise benutzt man in der Praxis der drahtlosen Telegraphie die auf der Bjerknesschen Theorie fußende Methode, die durch Ausmessen der Resonanzkurve die Summe der Dämpfungen des zu messenden Kreises und des Resonanzkreises ermittelt. Die im folgenden beschriebene vereinfachte Methode knüpft an diese Beziehungen eng an. Sie seien daher in Kürze[1]) wiederholt.

Stellt Fig. 1 die mit einem möglichst wenig gedämpften Kreis gemessene Resonanzkurve dar, und bezeichnen wir mit $\mathfrak{d}_1$ das Dämpfungsdekrement des Primärsystems, mit $\mathfrak{d}_2$ das des Sekundärsystems, so ergibt sich die Summe der Dekremente aus der Formel

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = \pi \frac{C_r - C}{C_r} \sqrt{\frac{J_{eff}^2}{J_{reff}^2 - J_{eff}^2}}. \qquad (1)$$

Darin bedeutet C_r die Kapazität des Sekundärkreises bei Resonanz, C die Kapazität bei irgendeiner anderen Stellung, und J_r und J die diesen Kapazitäten entsprechenden Stromstärken.

Diese Formel läßt sich infolge der Symmetrie der Resonanzkurve, wie ein Vergleich der Fig. 1 und 2 zeigt, schreiben

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = \frac{\pi}{2} \frac{C_2 - C_1}{C_r} \sqrt{\frac{J_{eff}^2}{J_{reff}^2 - J_{eff}^2}}. \qquad (2)$$

Mißt man die Stromstärken mit einem den quadratischen Wert des Stromes messenden Amperemeter, und bezeichnet man dessen Ausschlag mit α, so nimmt die Formel die Gestalt an

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = \frac{\pi}{2} \frac{C_2 - C_1}{C_r} \sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_r - \alpha}}. \qquad (3)$$

Gewöhnlich wird es genügen, diese Messung nur an einer Stelle der Kurve auszuführen, und zwar wird die Formel besonders einfach, wenn der Wurzelwert

$$\sqrt{\frac{\alpha}{\alpha_r - \alpha}} = 1$$

wird. In diesem Falle ist

$$\frac{\alpha}{\alpha_r} = \frac{1}{2} \qquad (4)$$

zu machen, d. h. man stellt zunächst auf vollem Resonanzausschlag ein und dann sucht man die Kapazitätswerte auf beiden Seiten, bei denen der quadratische Wert des Stromes die Hälfte des bei Resonanz gefundenen ist (vgl. Fig. 3).

Die Formel (3) nimmt nach dieser Vereinfachung, in der, wohl gemerkt, keine Vernachlässigung steckt, die Gestalt an

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = \frac{\pi}{2} \frac{C_2 - C_1}{C_r}. \qquad (5)$$

1) Vgl. besonders Zenneck, Leitfaden der drahtlosen Telegraphie. Stuttgart 1909.

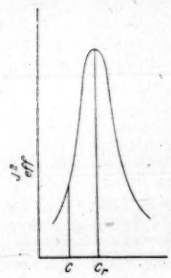


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

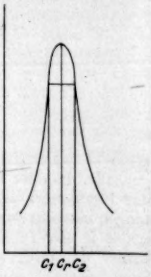


Fig. 5.

Es sei aus später beschriebenen Gründen besprochen, wie das Verhältnis $\frac{a}{a_r}$ beschaffen sein muß, falls die Wurzel in Formel (3) nicht gleich 1, sondern gleich $^1/_2$ und gleich 2 wird. Im ersteren Falle ergibt sich aus

$$\sqrt{\frac{a}{a_r - a}} = \frac{1}{2}, \tag{6}$$

die Beziehung:

$$\frac{a}{a_r} = \frac{1}{5}, \tag{7}$$

welche die Formel (3) in die Form bringt:

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = \left(\frac{\pi}{2}\frac{C_2 - C_1}{C_r}\right)\frac{1}{2}. \tag{8}$$

Sie hätte zur Bedingung, daß man auf beiden Seiten auf $^1/_5$ des bei Resonanz gefundenen Ausschlags einstellt (vgl. Fig. 4).

Nimmt man die Wurzel der Formel (3) gleich 2, so ergibt sich

$$\sqrt{\frac{a}{a_r - a}} = 2 \tag{9}$$

oder

$$\frac{a}{a_r} = \frac{4}{5}. \tag{10}$$

In diesem Falle gestaltet sich die Formel (3) um zu

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = \left(\frac{\pi}{2}\frac{C_2 - C_1}{C_r}\right) \cdot 2 \tag{11}$$

und würde verlangen, daß man auf beiden Seiten einen Ausschlag einstellt, der $^4/_5$ des bei Resonanz erhaltenen beträgt (vgl. Fig. 5).

Bei der praktischen Ausführung der Messung auf Grund der Formel (5) (Fig. 3) verfährt man so, daß man in den Resonanzkreis einen Stromzeiger so einschaltet, daß er den Kreis möglichst wenig dämpft. Man kann es so erreichen, daß dieser Kreis praktisch ungedämpft, d. h. daß

$$\mathfrak{d}_2 = 0$$

ist. Die Formel (5) nimmt dann die Gestalt an

$$\mathfrak{d}_1 = \frac{\pi}{2}\frac{C_2 - C_1}{C_r}. \tag{12}$$

Die zu beschreibende Methode[1]) geht von der Formel (5) aus, benutzt also die Bjerknessche Theorie, macht aber die durch Formel (5) verlangte Ausrechnung der Dämpfungswerte aus den abgelesenen Kapazitätswerten überflüssig, indem sie gestattet, die Dämpfungsdekremente direkt an einer Flächenskala abzulesen. Außerdem resultiert noch eine beträchtliche Vergrößerung der Meßgenauigkeit.

II.

In der Formel

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = \frac{\pi}{2}\frac{C_2 - C_1}{C_r}$$

steht im Zähler ein Wert, der der Verschiebung entspricht, die man am Drehkondensator machen muß, um von dem einen halben Ausschlag am Amperemeter zum anderen zu gelangen. Diese Größe ist je nach der Größe der Dämpfung verschieden. Man kann sie als eine unabhängige Variabele betrachten und die im Nenner stehende Größe C_r, den Kapazitätswert bei Resonanz, als zweite unabhängige Variabele, so daß die Formel eine Beziehung zwischen einer abhängigen und zwei unabhängigen Variabelen zeigt, der man allgemein die mathematische Form

$$y = f(x_1, x_2) \tag{13}$$

geben kann. Soll eine derartige Beziehung einem Meßinstrumente zugrunde liegen, das direkt die abhängige Variabele an einer Skala abzulesen gestattet, so trifft man auf Komplikationen. Einfacher ist es, wenn die abhängige Variabele nur mit einer unabhängigen Variabelen verknüpft ist, wie es die Formel

$$y = f(x) \tag{14}$$

1) D.R.P. No. 231974 vom 28. Mai 1910.

darstellt. Auf dieser Form beruhen die meisten Meßinstrumente (z. B. Stromstärke als Funktion eines Winkel-Amperemeters). Eine derartige Abhängigkeit läßt sich leicht durch eine nach einer Dimension sich erstreckende Skala in physikalische Gestalt bringen.

Hat man aber eine Beziehung der Form (13), so kann man diese, wie sich zeigen wird, nur durch eine Flächenskala realisieren. Das ist auch der Fall in unserem Problem. Es seien daher vorher ein paar nachträglich gefundene andere Beispiele kurz besprochen, die das Wesen des Problems veranschaulichen.

III.

Ohmmeter: Das Ohmsche Gesetz $w = \frac{e}{i}$ gestattet die Messung eines Widerstandes aus der Strom- und Spannungsmessung. Der Widerstand ist abhängig von den beiden Variabelen Strom und Spannung. Will man die Rechnung, die bei der getrennten Ablesung von Ampere und Voltmeter nötig ist, vermeiden, so gebraucht man eine Flächenskala.

Ferier hat dafür ein Instrument konstruiert, in dem sich die Zeiger eines Ampere- und Voltmeters kreuzen. Unter dem Kreuzungspunkt ist der Widerstand, der dem Ausschlag der Zeiger entspricht, direkt abzulesen. Die Fläche, die dieser Kreuzungspunkt beschreiben kann, ist mit durch Rechnung gefundenen Isowiderstandskurven bedeckt.

Frequenzmesser: Ein ähnliches Problem ist in dem Frequenzmesser des gleichen Verfassers gelöst. Gilt es die Frequenz eines Wechselstromes zu bestimmen, so schaltet er an die Wechselspannung eine Selbstinduktionsspule (L). Der Strom in der Spule und die Spannung an den Enden stellen sich so ein, daß

$$i = \frac{e}{\sqrt{r^2 + \omega^2 L^2}}$$

ist. In der Form

$$\omega = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{e^2}{i^2} - r^2}$$

ergibt diese Beziehung die Frequenz des Wechselstromes in Abhängigkeit von Strom und Spannung. Auch hier kreuzen sich die beiden Zeiger von Strom- und Spannungsmesser, während unter dem Kreuzungspunkt der Frequenzwert auf der mit Isofrequenzkurven belegten Flächenskala abgelesen wird.

Das in diesen beiden Beispielen ausgesprochene Prinzip der gekreuzten Zeiger läßt sich auf eine große Anzahl Probleme erweitern und ist in der letzten Zeit viel beschrieben. In diesen Fällen entspricht den beiden Variabelen je eine Drehung um einen bestimmten Winkel. Es ist klar, daß die Anordnung der Isokurven wesentlich anders wird, je nach der Art der Verschiebung, die man den unabhängigen Variabelen aufzwingt. Man kann ganz allgemein folgende einfache Fälle unterscheiden: Die beiden unabhängigen Variabelen entsprechen

1. beide einer Drehung um einen Winkel;
2. beide einer geradlinigen Verschiebung in Richtungen, die sich kreuzen;
3. die eine Variabele entspricht einer geradlinigen Verschiebung, die andere einer Drehung um einen Winkel.

Ein Beispiel für den dritten Fall liefert ein von verschiedenen Firmen in den Handel gebrachtes Wattmeter. Der Konstruktion der Flächenskala liegt die Formel

$$w = e \cdot i$$

zugrunde, und zwar ist als Zeigerinstrument ein Amperemeter benutzt. Die Abhängigkeit von e (das mit irgendeinem Spannungsmesser zu bestimmen ist) ist dadurch berücksichtigt, daß in verschiedener Entfernung vom Drehpunkt des Amperemeterzeigers konzentrische Kreise gezogen sind, die verschiedenen Spannungen entsprechen. Hier entspricht also dem Strome eine Drehung um einen Winkel, der Spannung eine Verschiebung längs des Zeigers. Es ergeben sich so Isokurven, wie sie in Fig. 6 angedeutet sind.

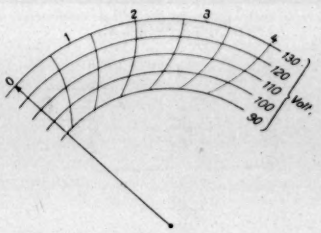


Fig. 6.

Bei allen den so entstehenden Isokurven ist naturgemäß zu fordern, daß der Abstand zwischen zwei Kurven möglichst konstant ist und je nach der verlangten Meßgenauigkeit eine bestimmte Größe hat. Die Art der Kurven ist einmal abhängig von der Wahl der drei angeführten Ausführungsarten und zweitens von der mathematischen Form, die die Gleichung

$$y = f(x_1, x_2)$$

besitzt. Es läßt sich von diesem Gesichtspunkt aus für die vorkommenden einfachen Fälle (Verbindung der beiden unabhängigen Variabelen durch einfache Addition, durch Multiplikation, durch Division) das ganze Problem übersehen.

IV.

Das Problem der Dämpfungsmessung auf Grund der Formel (5) führt zu einer Lösung, die dem oben beschriebenen Fall 3 entspricht, also ihrem Wesen nach Ähnlichkeit mit dem beschriebenen Wattmeter hat.

Wie schon erwähnt, gestattet die Anordnung der alten Methode gegenüber eine wesentliche Vergrößerung der Meßgenauigkeit. Während bisher die dem Zähler der rechten Seite

$$\delta_1 + \delta_2 = \frac{\pi}{2} \frac{C_2 - C_1}{C_r}$$

entsprechende Verschiebung am Drehkondensator sehr klein war, d. h. meist nur einige Grade der Skala betrug, enthält hier der Resonanzkreis nicht nur einen Drehkondensator, sondern zwei parallel geschaltete, von denen der eine voll eingeschaltet größer als der andere ist. Es wird nun von dem größeren Kondensator im wesentlichen nur der Nenner der Formel (5) berücksichtigt, d. h. mit ihm der Resonanzkreis auf Resonanz eingestellt, während der kleine Kondensator die dem Zähler entsprechende Verschiebung ausführt. Es ist damit erreicht, daß diese Verschiebung sich über eine größere Drehung erstreckt und so die Meßgenauigkeit wesentlich vergrößert. Der Resonanzkreis ist also nach der Schaltung der Fig. 7 angeordnet,

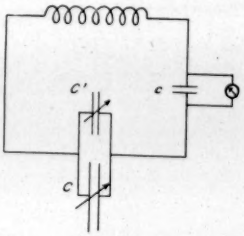


Fig. 7.

in dem C und C' die beiden erwähnten Drehkondensatoren sind. Das Instrument (Hitzdrahtamperemeter) ist nach Hahnemann parallel zu einem Blockkondensator c gelegt gedacht, um den Kreis möglichst wenig zu dämpfen. Es ist dafür naturgemäß auch jede andere Schaltung zu gebrauchen, die dem Quadrat des Stromes (oder der Spannung) proportionale Angaben ergibt.

Das Wesentliche ist die Anordnung der beiden Deckel der Drehkondensatoren, wie sie Fig. 8 veranschaulicht. C ist der große, C' der kleine Drehkondensator. Der Zeiger des Kondensators C spielt über der Skala I, der Zeiger Z_2 des kleinen Kondensators C' über der Skala III. Die drehbaren Platten des kleinen Kondensators sind mit einem Rahmen verbunden, auf dem sich die Skala II befindet und über den sich der Schieber S verschieben läßt. Die Skala II entspricht der Skala I, ist also auch von 0° bis 180° geteilt. Der Kondensator C hat bei 0° den kleinsten, bei 180° den größten Wert, während die Null der Skala III in die Mitte gelegt ist, wobei der Stellung −90° der kleinste, der Stellung +90° der größte Kondensatorwert entspricht.

Zur Ausführung der Dämpfungsmessung verfährt man folgendermaßen. Man stellt den

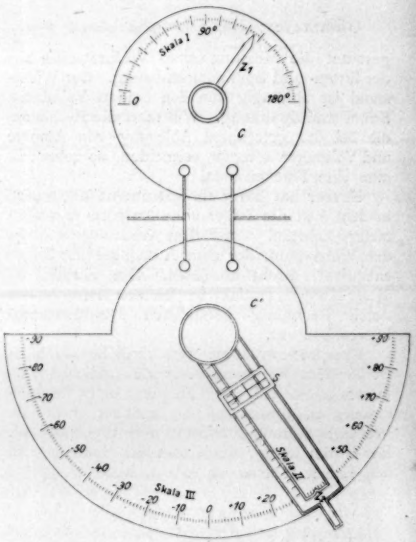


Fig. 8.

Zeiger Z_2 auf 0 und stimmt durch Drehen des Zeigers des großen Kondensators C den Sekundärkreis auf Resonanz ein. Man befindet sich also jetzt an der dem Kapazitätswert C_r entsprechenden Stelle der Fig. 1, und zwar besteht C_r aus der Kapazität des Kondensators C (in der eingestellten Stellung) und dem Kapazitätswert des kleinen Kondensators C' in der Stellung auf 0.

Jetzt stellt man den Schieber S, der über der Skala π spielt, auf denselben Zahlenwert, den der Zeiger Z_1 anzeigt, und verschiebt den ganzen Rahmen nach der einen Seite so lange, bis am Hitzdrahtinstrument der halbe Ausschlag

erscheint. Unter dem Fadenkreuz des Schiebers S steht dann die Summe $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2$ auf der empirisch geeichten, in der Fig. 8 angedeuteten Flächenskala.

Dadurch, daß man den Rahmen sodann vom Nullpunkt der Skala III auch nach der anderen Seite verschiebt und dort die gleiche Messung auf der symmetrischen Flächenskala macht, erhält man zwei Werte, aus denen man das Mittel nehmen kann.

Vergleichen wir die Methode mit den oben beschriebenen allgemeinen Ausführungen über die Konstruktion von Flächenskalen, so ergibt sich, daß hier tatsächlich der erwähnte dritte Fall vorliegt, da in der Formel (5) der Zähler der rechten Seite einer Drehung und der Nenner einer Verschiebung entspricht.

V.

Die Konstruktion der Isodämpfungskurven ergibt sich aus folgenden Überlegungen. Die Eichkurve der gebräuchlichen Drehkondensatoren ist eine gerade Linie. Bezeichnen wir den momentanen Kapazitätswert der beiden Kondensatoren mit C und C', so kann man schreiben

$$C = a\,\alpha + b$$
$$C' = a'\alpha' + b',$$

α und α' sind darin die Winkel, um die der Kondensator gedreht ist, während a und a' die Tangente der Neigungswinkel der Eichkurve und b und b' die Kapazitätswerte bei dem Winkel $\alpha = 0$ und $\alpha' = 0$ bedeuten.

Setzt man in die Formel

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 1{,}57\,\frac{C_2 - C_1}{C_r}$$

die nach der obigen Beschreibung in jedem Fall vorhandenen Kapazitätswerte ein (vgl. Fig. 9), so erhält man

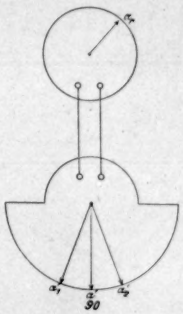


Fig. 9.

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 1{,}57\,\frac{(a\,\alpha_r + b) + (a'\alpha_2' + b') - [(a\,\alpha_r + b) + (a'\alpha_1' + b')]}{(a\,\alpha_r + b) + (a'\alpha_{90}' + b')}. \qquad (15)$$

Diese Gleichung erhält nach verschiedenen Umrechnungen die Form

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 1{,}57\,a'\,\frac{\alpha_2' - \alpha_1'}{a\,\alpha_r + a'\alpha_{90}' + (b + b')} \qquad (16)$$

oder

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 1{,}57\,\frac{\alpha_2' - \alpha_1'}{\frac{a}{a'}\alpha_r + \alpha_{90}' + \frac{b + b'}{a'}}. \qquad (17)$$

Sind die Eichkurven der beiden Kondensatoren C und C' bekannt, so ergeben die Werte $\frac{a}{a'}$ und $\left(\alpha_{90}' + \frac{b + b'}{a'}\right)$ je einen konstanten Zahlenwert, so daß die Formel (17) die Gestalt annimmt

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 1{,}57\,\frac{\alpha_2' - \alpha_1'}{c_1\,\alpha_r + c_2}. \qquad (18)$$

Aus dieser einfachen Formel läßt sich eine Dämpfungskurve leicht berechnen. Wollen wir die zu $\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 0{,}1$ gehörende Kurve zeichnen, so ergibt sich

$$0{,}1 = 1{,}57\,\frac{\alpha_2' - \alpha_1'}{c_1\,\alpha_r + c_2}$$

oder

$$\alpha_2' - \alpha_1' = \frac{0{,}1}{1{,}57}\,(c_1\,\alpha_r + c_2).$$

Aus dieser Formel ist für die verschiedenen Werte von α_r die Verschiebung $\alpha_2' - \alpha_1'$ zu berechnen und einzuzeichnen.

Beispiel: Die beiden Kondensatoren haben voll eingeschaltet Kapazitätswerte, die sich wie 1 zu 3 verhalten und ihre Eichkurven gehen durch Null, d. h. die Kapazität ist bei beiden bei der Stellung des Zeigers auf 0 (bzw. -90^0) gleich Null. Dann ergibt sich

$$b = b' = 0,$$

ferner $\frac{a}{a'} = 3$ und $\alpha_{90}' = 90$. Die Formel (17) nimmt so die Gestalt an

$$\mathfrak{d}_1 + \mathfrak{d}_2 = 1{,}57\,\frac{\alpha_2' - \alpha_1'}{3\,\alpha_r + 90}.$$

Auf Grund dieser Formel sind in den Fig. 10 und 11 Flächenkurven konstruiert. Die beiden Kurven unterscheiden sich nur dadurch, daß bei Fig. 10 der Nullpunkt der Skala II (Fig. 8) in der Mitte, bei Fig. 11 nach außen verlegt ist. Die Kurvenschnur der Fig. 11 läßt bei einem großen Wert der Skala II eine sehr

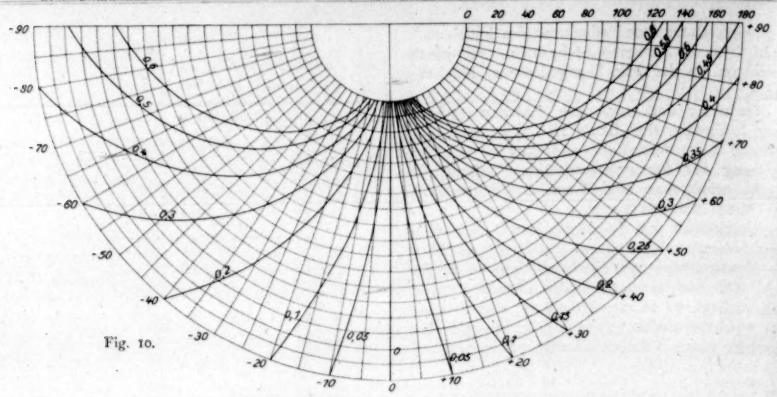


Fig. 10.

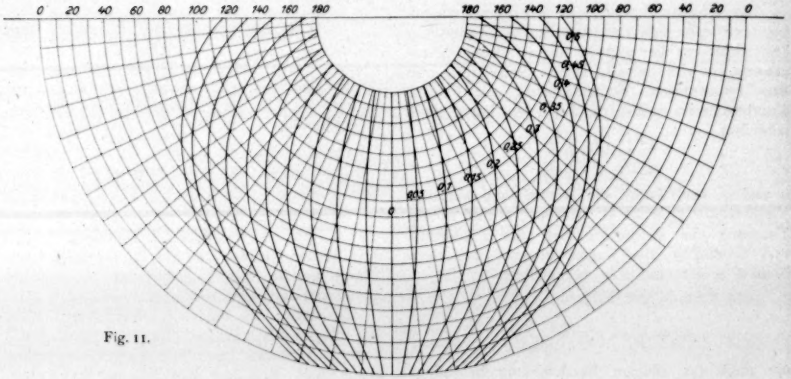


Fig. 11.

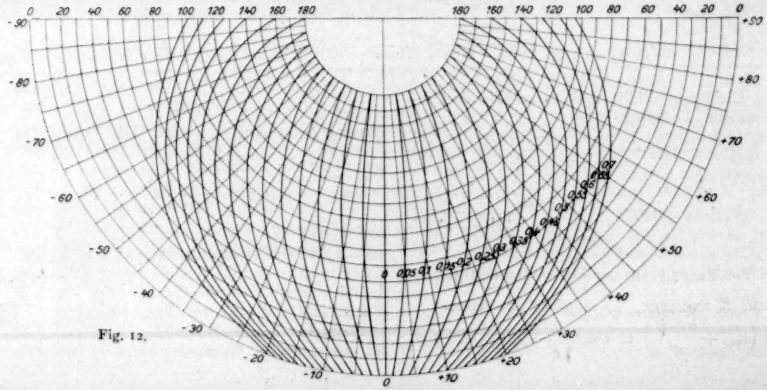


Fig. 12.

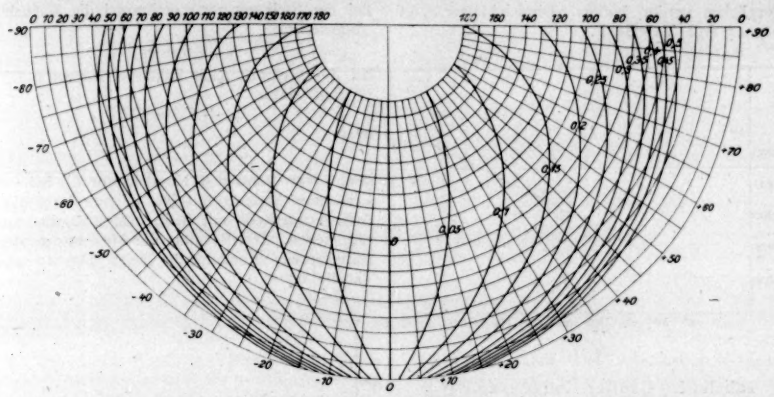


Fig. 13.

genaue Messung zu, bei einem kleinen Wert der Skala II ist eine Messung aber kaum mehr möglich. Es ist deswegen zweckmäßiger, die Anordnung nach Fig. 10 zu treffen, bei der die Ablesungsgenauigkeit überall ziemlich gleichmäßig ist.

Die Fig. 12 und 13 enthalten die Kurven, bei denen auch b und b' gleich Null ist, aber das Verhältnis $\frac{a}{a'}$ gleich 4 und gleich 10 gemacht ist. Wie man sieht, hat man es durch geeignete Wahl der Größe der Kondensatoren in der Hand, die Genauigkeit der Messung zu beeinflussen. Man wird zweckmäßig wohl das Verhältnis 1:4 wählen, da hier auch auf die Kurve $b_1 + b_2 = 0{,}5$ noch überall gut einzustellen ist.

Nimmt man b und b' gleich Null, so ist die Konstruktion der Kurven vollkommen unabhängig vom absoluten Werte der Kondensatoren und nur abhängig von dem Verhältnis, in dem sie zueinander stehen. Diese Tatsache vereinfacht die Übersicht über die zu wählende Flächenskala außerordentlich.

VI.

Bei den ausgeführten Drehkondensatoren ist die Forderung $b = b' = 0$ meist nicht vorhanden. Die Rechnung wird dadurch nicht komplizierter, man ist nur gezwungen, für jedes Kondensatorpaar nach der Eichung eine besondere Flächenskala zu berechnen. Bei einer ersten Anordnung, die in unterzeichnetem Institut gebaut wurde, wurden zwei Drehkondensatoren verwendet, deren Platten sich in Luft befanden. Die ganze Anordnung zeigt Fig. 14, auf der vorn der kleine Drehkondensator mit dem Rahmen und dem Schieber deutlich zu erkennen ist.

Fig. 14.

Zur Eichung der Kondensatoren stand ein von der Reichsanstalt geeichter Normalkondensator zur Verfügung, der mit dem größeren Kondensator nach der Resonanzmethode direkt

verglichen werden konnte. Die Eichkurve zeigt Fig. 15 (vgl. Tabelle I).

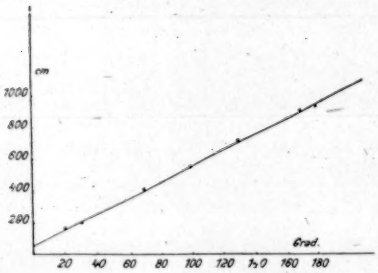


Fig. 15.

Tabelle I. Großer Kondensator (C).

Grad	cm	Grad	cm
20,4	158,5	129.2	708,5
30,3	201,5	168,4	905,2
69,7	404,2	178,8	948,5
99.5	554.7		

Die Eichung des kleinen Kondensators erfolgte nach folgender neuen Methode, die gestattet, einen kleinen Drehkondensator sehr genau mit einem großen zu vergleichen.

Der Schwingungskreis der Fig. 16 wird durch einen möglichst gleichmäßige Schwingungen liefernden Kreis erregt und die Resonanzstellung an dem parallel zu einem Blockkondensator gelegten Hitzdraht-Amperemeter abgelesen. Der Normalkondensator C_n und der unbekannte Kondensator C_x sind in der aus der Fig. 16

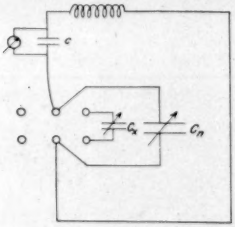


Fig. 16.

folgenden Weise an eine Wippe angeschlossen. Legt man den Bügel der Wippe nach rechts, so befindet sich nur der Normalkondensator im Kreis, legt man ihn nach links, so ist der unbekannte Kondensator parallel zu C_n geschaltet. Bei der Stellung nach rechts sei die Kapazität eingeschaltet

$$C_x + C_n',$$

bei der Stellung nach links die Kapazität C_n''. Es muß dann

$$C_x + C_n' = C_n''$$

oder

$$C_x = C_n'' - C_n' \qquad (19)$$

sein. Man kann den Kondensator C_x bei verschiedenen Stellungen seines Zeigers durch diese Differenzmethode mit dem großen Kondensator vergleichen. Das Resultat der Messung an dem vorliegenden Kondensator zeigt Fig. 17 und Tabelle II.

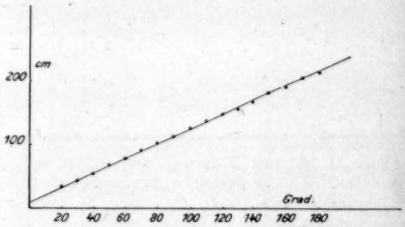


Fig. 17.

Tabelle II. Kleiner Kondensator (C').

Grad	cm	Grad	cm
180	214	90	114
170	205	80	103
160	193	70	91
150	182	60	78
140	169	50	68
130	157	40	55
120	148	30	44
110	138	20	34
100	127		

Aus den beiden Eichkurven Fig. 15 und 17 errechnet sich nach der oben angedeuteten Weise die zu dem Apparat gehörende Flächenskala der Fig. 18.

Die so entstehende Skala gilt zunächst nur für den Fall, daß man zu beiden Seiten des Resonanzpunktes auf halben Ausschlag einstellt. Die im Anfang ausgeführten, an die Fig. 4 und 5 knüpfenden Überlegungen zeigen aber auch, daß man noch an anderen Punkten mit derselben Flächenskala die Dämpfung kontrollieren kann. Multipliziert man nämlich die an den Isodämpfungskurven stehenden Werte mit $^1/_2$ [Formel (8)], so muß man auf beiden Seiten auf $^1/_5$ des Hauptwertes einstellen. Multipliziert man 2 [Formel (11)], so hat man auf $^4/_5$ des Resonanzwertes einzustellen. Man kann so

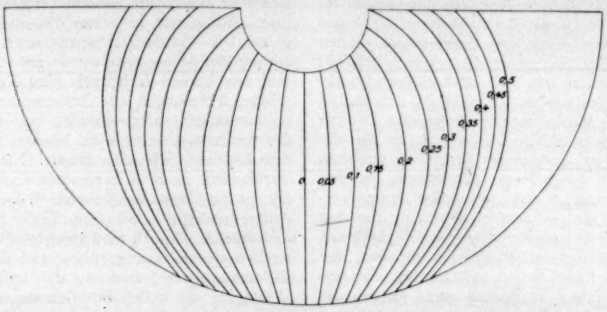


Fig. 18.

mit der einen Skala an drei verschiedenen Stellungen der Resonanzkurve die Dämpfung messen und erhält damit eine genügende Kontrolle über die Symmetrie der Kurve.

Es ist bei dem äußeren Aufbau des Resonanzkreises darauf zu achten, daß die beiden Drehkondensatoren sich nicht zu nahe stehen. Sie beeinflussen sich sonst gegenseitig und machen dadurch eine genaue Messung unmöglich. Kennt man jedoch durch Eichung die Größe der Beeinflussung, d. h. hat man bei verschiedenen Stellungen des Zeigers des großen Kondensators die Eichkurve des kleinen Kondensators aufgenommen, so ist diese Abhängigkeit bei der Konstruktion der Flächenskala in einfacher Weise in Rechnung zu setzen.

Herrn Professor Deguisne bin ich für die Bereitstellung der Hilfsmittel zur Konstruktion und Eichung des ersten Apparates zu großem Dank verpflichtet.

Elektrotechnische Abteilung des Physikalischen Vereins zu Frankfurt a. M.

(Eingegangen 28. Mai 1911.)

Der tägliche Gang des Luftdrucks im Boden.

Von R. Börnstein.

Durch luftelektrische Beobachtungen ist die Tatsache der „Bodenatmung" sehr wahrscheinlich gemacht worden, nämlich das Auftreten regelmäßigen Luftwechsels zwischen den Poren des Erdbodens und der darüber liegenden freien Atmosphäre. Um diesen Vorgang genauer zu erforschen, habe ich die im folgenden beschriebenen Versuche unternommen, bei welchen als Ursache der Luftbewegung der Unterschied der in und über dem Boden herrschenden Drucke angesehen und der Messung unterworfen wurde. Den Luftdruck in der freien Atmosphäre samt allen Einzelheiten seines täglichen und jährlichen Ganges hat man bereits so vielfach untersucht, daß wir nicht bloß genaue Kenntnis seines Verhaltens, sondern auch trefflich ausgearbeitete Methoden zu seiner Aufzeichnung besitzen, und es war darum nicht gerade schwierig, aus dem schon Vorhandenen ein geeignetes Verfahren zum Aufzeichnen des im Erdboden herrschenden Luftdrucks herzuleiten. Die Beobachtungsstelle befindet sich im Haupthof der Berliner Landwirtschaftlichen Hochschule nahe von der Südfront des Hörsaalgebäudes[1]) in der mit Gebüsch und Rasen bepflanzten Fläche, welche dort die Mauer von dem asphaltierten Hof trennt. Ein Neusilberrohr von etwa 2 cm Durchmesser ist derartig in den Boden gesteckt, daß seine untere Öffnung sich in 1 m Tiefe befindet und allseitig mindestens auf 1 m Abstand von Erdreich umgeben ist. Die Öffnung ist unten durch ein grobmaschiges Neusilberdrahtnetz gegen Eindringen von Sand geschützt, oben ist an das Rohr ein enges Kupferrohr gelötet und durch ein Fenster in den Keller geführt, wo es luftdicht mit dem kurzen (sogen. „offenen") Schenkel eines Quecksilberbarometers verbunden ist und den im Boden herrschenden Luftdruck also auf die untere Quecksilberfläche wirken läßt. Diese Fläche befindet sich in einer Erweiterung des Rohres und ist so viel größer, als der obere Meniskus, daß dieser letztere den größeren Teil der eintretenden Druckänderungen anzeigt, während der Quecksilberstand im kurzen Schenkel sich nur sehr wenig ändert. Indem auf diese Art die Stellung des oberen Meniskus zum Registrieren bestimmt wurde, gewann man eine entsprechend vergrößerte Empfindlichkeit, während

1) Diese Zeitschr. 12, 552, 1911; Fig. 1.

andererseits freilich die Angaben des Barometers jetzt von der Quecksilbertemperatur abhängen und der Umrechnung auf 0^0 unterzogen werden müssen. Dies zu vermeiden, wäre vielleicht möglich gewesen, wenn man das größere Quecksilberniveau im oberen Schenkel angebracht und den unteren Meniskus zum Registrieren benutzt hätte. Indessen schien die technische Ausführung eines so geräumigen Vakuums unsicher, während die geschilderte Einrichtung in den Barometern mit „reduzierter Skala" längst vorhanden ist, und außerdem kommen für den Keller, in welchem der Apparat sich befindet, nur sehr geringe und überaus gleichmäßige Temperaturschwankungen in Betracht. Solange die Zentralheizung in Betrieb war, wurden die Heizkörper des Beobachtungsraumes abgeschlossen, so daß nur von den Nachbarräumen aus die Heizung wirken konnte, und die tägliche Temperaturschwankung betrug in den Mittelwerten der Monate März bis Juni: 2,65; 1,79; 1,15; $0{,}92^0$ nach den Angaben eines neben dem Barometer aufgestellten Thermographen (System Richard).

Die Aufzeichnung des Barometerstandes geschieht nun in der Weise, daß auf dem Quecksilber des längeren Schenkels ein Eisenstück schwimmt, welches durch eine gläserne Umhüllung gegen die Rohrwandung gestützt und in aufrechter Stellung erhalten wird. In gleicher Höhe außerhalb des Barometerrohres und ohne Berührung mit diesem befindet sich ein Hufeisenmagnet an einem Ende eines durch entsprechende Belastung im Gleichgewicht gehaltenen, um eine Schneide drehbaren Wagebalkens; dieser Magnet folgt jeder Bewegung des zwischen seinen Schenkeln auf dem Meniskus schwebenden Eisenstückes und überträgt durch einen von der Mitte des Wagebalkens herabreichenden Zeiger mit Schreibfeder die Bewegungen des Quecksilbers auf eine durch Uhrwerk um die horizontale Achse gedrehte Trommel, wobei die Änderungen des Quecksilberdrucks in etwa anderthalbfacher Vergrößerung aufgezeichnet werden. Um bei langsamen Änderungen des Luftdrucks ein etwaiges Haften des Quecksilbers an der Rohrwand zu verhindern, ist eine Erschütterungsvorrichtung angebracht, bestehend aus einem elektrischen Läutewerk, dessen Klöppel statt auf die Glocke an die Außenseite des Barometerrohres klopft und durch ein Uhrwerk mit Kontaktvorrichtung und einem Akkumulator in Pausen von je $2\frac{1}{2}$ Minuten für kurze Zeit betätigt wird. Diese ganze Registriervorrichtung, welche im folgenden als „Erdbarograph" bezeichnet werden soll, ist im Keller an der festen Grundmauer des Hauses angebracht, daneben ein Normalbarometer (Fueß-Nr. 157) und unmittelbar davor auf einem Tisch der Thermograph mit einem zu seiner dauernden Kontrolle dienenden Quecksilberthermometer. Zur Einleitung der Messungen wurde zunächst bei verschieden hohem Luftdruck eine Anzahl gleichzeitiger Ablesungen am Erdbarograph und Normalbarometer vorgenommen, um die Angaben des ersteren auswerten zu können, bevor er mit dem Erdrohr verbunden wurde. Nachdem diese Verbindung alsdann hergestellt war, begann in den letzten Tagen des Februar d. J. die dauernde Aufzeichnung des in 1 m Tiefe herrschenden Luftdrucks. Täglich wird morgens der Registrierstreifen des Erdbarographen und derjenige des Thermographen erneuert, die aufgezeichneten Werte für die vollen Stunden des vergangenen Tages werden gemessen und außerdem durch täglich mehrmals erfolgende Ablesungen die Korrektion des Thermographen dauernd verfolgt.

Es erschien mir wünschenswert, zunächst über die periodischen Änderungen des Drucks Aufschluß zu gewinnen, und ich begann daher mit Untersuchung des täglichen Ganges. Die in der besonderen Skala des Erdbarographen ausgedrückten stündlichen Barometerstände wurden zu Dekaden- und Monatsmitteln vereinigt, auf das Normalbarometer umgerechnet und auf 0^0 (Quecksilbertemperatur) reduziert. Nachdem so für die einzelnen Monate der tägliche Gang des Erdboden-Luftdrucks berechnet war, wurden zum Vergleich die Aufzeichnungen des Laufgewichtsbarographen (System Sprung-Fueß) herangezogen, welcher in der meteorologischen Station der Hochschule, etwa 20 m über dem Boden, den Luftdruck registriert. Dieser Höhenunterschied und die gleich in der ersten Beobachtungszeit hervortretenden Besonderheiten des Erdboden-Luftdrucks legten die Erwägung nahe, daß die Verschiedenheit der von beiden Barographen gelieferten Ergebnisse vielleicht schon auf dem Höhenunterschied und nicht auf den besonderen Verhältnissen des Bodens beruhen könne. Darauf wurde von Anfang März ab noch ein dritter Barograph in Gang gesetzt, der im Keller und also in gleicher Höhe mit dem Erdbarographen seine Aufstellung fand, allerdings ein bloßer Aneroidbarograph (System Richard) mit einer gegen die beiden anderen Apparate wesentlich geringeren Genauigkeit. Für jeden dieser drei Registrierapparate wurde nun der mittlere tägliche Gang des Luftdrucks in jedem einzelnen Monat aufgezeichnet, und zwar nicht in absoluten Werten, sondern in Abweichungen vom Gesamt-Monatsmittel des betreffenden Apparates, so daß also alle Werte auf gleiche Höhe reduziert erscheinen. Dabei wich der Aneroid- vom Laufgewichtsbarograph nur sehr wenig ab, lediglich die Extreme lagen

bei dem Aneroid meistens näher am Mittelwert und wichen im Mai von den gleichzeitigen Werten des Laufgewichtsbarographen sogar um 0,15 bis 0,2 mm ab, während im übrigen der Unterschied wenige Hundertstel Millimeter nicht überstieg. Immerhin sind diese Unterschiede aber so gering (teilweise auch entgegengesetzt den Abweichungen des Erdbarographen), daß die Angaben des Aneroidbarographen hier nicht aufgenommen sind.

Die folgende Tabelle 1 enthält den täglichen Gang des Erd- (E) und des Laufgewichtsbarographen (L) in Monatsmitteln der einzelnen Stunden für die Monate März bis Juni 1911, ausgedrückt in mm Quecksilberdruck und in Abweichungen vom 24 stündigen Monatsmittel, sowie die Unterschiede der Angaben beider Apparate. Entsprechend der zwischen Anfang und Schluß jedes einzelnen Monats stattfindenden Druckänderung sind für Mitternacht je zwei Werte angeführt, deren erster (oberste Zeile) das Mittel aus den bei Beginn aller Monatstage gemessenen Drucken ist, der zweite (unterste Zeile) das Mittel aus denjenigen, die am Schluß aller Monatstage stattfanden, und der Unterschied dieser beiden Werte entspricht derjenigen Druckänderung, welche im Laufe des betreffenden Monats und als ein Teil des jährlichen Ganges eintrat.

Die gleichen Zahlen liegen auch den Kurven zugrunde, in denen also Beginn und Ende des Tages um so verschiedenere Druckwerte zeigen, je verschiedener bei Beginn und Ende des Monats der Druck war. Zwecks Vergleichung mit bisherigen Untersuchungen über den Luftdruck, namentlich mit denjenigen von Hann, habe ich für die einzelnen Monate der bisherigen Beobachtungszeit auch die harmonischen Konstanten ausgerechnet, nämlich diejenigen Werte der Amplituden a und der Phasenwinkel A, welche mit geringster Abweichung der Formel genügen:

$$y = a_1 \sin(A_1 + x) + a_2 \sin(A_2 + 2x) + a_3 \sin(A_3 + 3x),$$

wobei y die Abweichung des Drucks vom Mittelwert und x den Stundenwinkel der Sonne, von Mitternacht gerechnet, bedeutet.

In der umstehenden Tabelle 2 sind wieder unter E die Werte für den Erdbarographen und unter L diejenigen für den Laufgewichtsbarographen angegeben, außerdem unter N die in einer früheren Arbeit[1]) mitgeteilten Normalwerte für den letzteren Apparat aus 20 jährigen Aufzeichnungen (1884—1903). Die für Mitternacht benutzten Zahlen waren hier die Mittel der beiden in der Tabelle 1 angegebenen Werte.

Aus den Zahlen der Tab. 1, sowie namentlich aus den Kurven ist zu ersehen, und zwar

Tabelle 1. Täglicher Gang.

	März			April			Mai			Juni		
	E	*L*	*Diff.*	*E*	*L*	*Diff.*	*E*	*L*	*Diff.*	*E*	*L*	*Diff.*
Mitternacht	−0,062	0,142	−0,204	−0,096	0,171	−0,267	−0,294	0,011	−0,305	0,077	0,307	−0,226
1^a	−0,087	**0,222**	−0,309	−0,176	0,131	**−0,307**	−0,325	0,006	−0,331	0,001	0,259	−0,258
2^a	−0,167	0,155	**−0,322**	**−0,238**	0,057	−0,295	−0,376	−0,039	**−0,337**	−0,091	0,165	−0,256
3^a	−0,331	−0,037	−0,294	−0,236	0,048	−0,284	**−0,403**	−0,117	−0,286	**−0,103**	**0,158**	**−0,261**
4^a	**−0,339**	**−0,050**	−0,289	−0,215	**0,018**	−0,233	−0,373	**−0,135**	−0,238	−0,042	0,177	−0,219
5^a	−0,297	−0,035	−0,262	−0,076	0,052	−0,128	−0,222	−0,075	−0,147	0,121	0,259	−0,138
6^a	−0,162	−0,013	−0,149	0,094	0,189	−0,095	0,023	0,110	−0,087	0,292	0,388	−0,096
7^a	0,050	0,088	−0,038	0,255	0,334	−0,079	0,303	0,276	0,027	0,479	0,520	−0,041
8^a	0,356	0,217	0,139	0,498	0,415	0,083	0,540	0,415	0,125	0,737	**0,613**	0,124
9^a	0,617	0,223	**0,394**	0,783	0,441	0,342	0,821	**0,425**	0,396	**0,979**	0,572	0,407
10^a	**0,634**	**0,260**	0,374	**0,875**	**0,458**	0,417	**0,866**	0,411	**0,455**	0,921	0,506	**0,415**
11^a	0,595	0,240	0,355	0,820	0,384	**0,436**	0,731	0,301	0,430	0,826	0,433	0,393
Mittag	0,452	0,145	0,307	0,568	0,173	0,395	0,511	0,101	0,410	0,596	0,253	0,343
1^p	0,162	−0,118	0,280	0,319	−0,057	0,376	0,217	−0,062	0,279	0,267	−0,006	0,273
2^p	−0,092	−0,318	0,226	0,081	−0,182	0,263	−0,020	−0,243	0,223	−0,013	−0,231	0,218
3^p	−0,301	−0,448	0,147	−0,236	−0,401	0,165	−0,197	−0,432	0,235	−0,294	−0,406	0,112
4^p	−0,441	**−0,561**	0,120	−0,370	−0,479	0,109	−0,381	−0,514	0,133	−0,541	−0,610	0,069
5^p	**−0,455**	−0,467	−0,038	−0,490	−0,525	0,035	−0,524	**−0,565**	0,041	−0,651	−0,653	0,002
6^p	−0,332	−0,311	−0,021	**−0,581**	**−0,557**	−0,024	**−0,572**	−0,524	−0,048	**−0,762**	**−0,681**	−0,081
7^p	−0,124	−0,108	−0,016	−0,457	−0,390	−0,067	−0,492	−0,388	−0,104	−0,728	−0,655	−0,073
8^p	−0,024	0,026	−0,050	−0,302	−0,166	−0,136	−0,336	−0,164	−0,172	−0,633	−0,512	−0,121
9^p	−0,041	0,116	−0,075	**−0,202**	−0,017	−0,185	−0,039	0,137	−0,176	−0,433	−0,268	−0,165
10^p	0,064	0,161	−0,100	−0,233	−0,006	−0,227	0,040	0,275	−0,235	−0,327	−0,155	−0,172
11^p	0,074	**0,295**	−0,221	−0,208	**0,049**	−0,257	**0,117**	**0,407**	−0,290	**−0,296**	**−0,055**	−0,241
Mitternacht	**0,106**	0,289	−0,183	−0,274	0,021	−0,295	0,096	0,394	−0,298	−0,298	−0,072	−0,226

1) R. Börnstein, Wien. Ber. math.-naturw. Kl. 113 [2a], 721—738, 1904.

in allen vier Beobachtungsmonaten sehr gleichmäßig, daß die täglich zweimalige Schwankung des Luftdrucks, welche für die freie Atmosphäre aus zahlreichen Untersuchungen bekannt ist, auch in 1 m Tiefe auftritt. Es ist aber im Boden das Vormittagsmaximum höher und das Nachmittagsmaximum sowie das Morgenminimum tiefer als im Freien. Morgens etwa um 7 Uhr steigt der Bodenluftdruck über den äußeren Druck und zeigt um etwa 10 Uhr mit dem

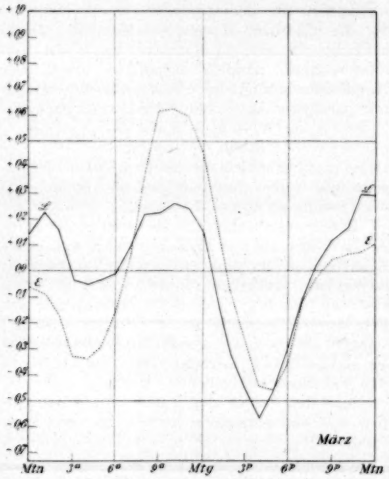


Fig. 1.

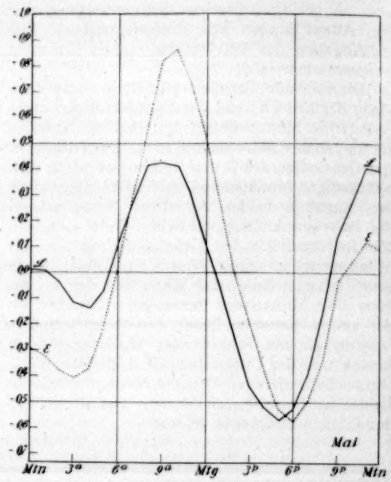


Fig. 3.

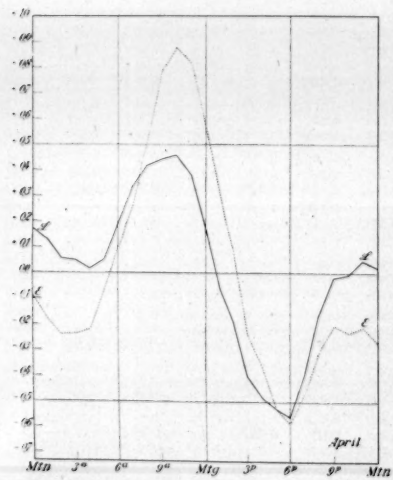


Fig. 2.

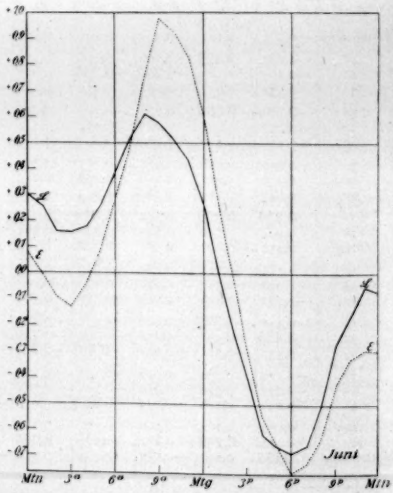


Fig. 4.

Tabelle 2. Harmonische Konstanten.

	März			April			Mai			Juni		
	E mm	*L* mm	*N* mm	*E* mm	*L* mm	*N* mm	*E* mm	*L* mm	*N* mm	*E* mm	*L* mm	*N* mm
a_1	0,2376	0,2129	0,1026	0,4975	0,3414	0,1925	0,4260	0,2642	0,2827	0,6656	0,5444	0,2947
a_2	0,3828	0,2697	0,2458	0,3184	0,2423	0,2760	0,4238	0,3419	0,2602	0,3084	0,2100	0,2278
a_3	0,0512	0,0432	0,0590	0,0362	0,0042	0,0097	0,0551	0,0738	0,0453	0,0482	0,0355	0,0440
A_1	305°48′	288°51′	331°19′	310°16′	353°0′	349°46′	301°36′	3°39′	357°46′	324°47′	351°17′	357°51′
A_2	144°0′	141°45′	141°45′	136°35′	141°40′	144°34′	143°35′	145°23′	142°58′	130°43′	128°25′	136°23′
A_3	340°46′	319°18′	330°32′	334°7′	15°23′	221°39′	125°48′	143°23′	159°32′	37°50′	84°56′	149°40′

Morgenmaximum auch den größten Unterschied gegen jenen; darnach sinkt er rascher, als der äußere Druck, und erreicht diesen wieder zwischen 5 und 6 Uhr nachmittags etwa zurzeit des Nachmittagsminimum oder etwas später, worauf er langsamer steigt und nach dem Abendmaximum rascher sinkt, so daß um etwa 2 Uhr früh kurz vor Erreichung des Morgenmaximums der Unterschied beider Drucke einen zweiten Extremwert erreicht. Oder kürzer gesagt: von früh 7 Uhr bis 5 oder 6 Uhr nachmittags ist der Bodenluftdruck größer, als derjenige der freien Atmosphäre, im übrigen kleiner. Außer den hier mitgeteilten Zahlen und Kurven der Monatsmittel habe ich auch für jede einzelne Dekade die gleiche Darstellung ausgeführt und namentlich in den Kurven die eben erwähnten Einzelheiten bereits vollständig und regelmäßig finden können.

Wenn es auch für eine Deutung dieser Vorgänge zunächst noch zu früh sein dürfte, so habe ich doch versucht, Temperatur und Feuchtigkeit der Bodenluft in der Nähe der Beobachungsstelle zu bestimmen, weil es ja immerhin wahrscheinlich ist, daß die Besonderheiten des Bodenluftdrucks ihren Ursprung im Boden selbst haben. Vor einem zweiten Fenster des vorher genannten Kellers wurden ein Erdbohrer und ein Bodenthermometer so in die Erde gesteckt, daß ihre unteren Enden sich in 1 m Tiefe befanden. Die Beobachtungen des Thermometers wurden in den Tagen vom 16. Juni bis 3. Juli oftmals ausgeführt, und die abgelesenen Temperaturen lagen in der ganzen Zeit zwischen 17,20 und 18,15°, während die Schwankungen an den einzelnen Tagen kaum 0,1 und sicher nicht 0,2° überstiegen. Der unten offene Erdbohrer diente zur Messung der Luftfeuchtigkeit, und es war hierfür von seinem oberen Ende ein Schlauch durch das Kellerfenster geführt und innen mit einer aus zwei großen Flaschen hergestellten Saugevorrichtung verbunden. Die beiden Flaschen wurden verschieden hoch aufgestellt und ließen an der Menge des Wassers, das von der oberen Flasche in die untere floß, das Volumen der gleichzeitig aus dem Boden gesaugten Luftmenge erkennen, während deren Feuchtigkeitsgehalt sich aus der Gewichtszunahme von zwischengeschalteten Röhren mit Chlorkalzium und Phosphorsäureanhydrid ergab. Nimmt man an, daß die beobachtete Gewichtszunahme nur durch Feuchtigkeit bedingt war, so zeigen trotzdem die an mehreren Tagen ausgeführten Messungen, daß die Bodenluft nicht mit Dampf gesättigt war. Ob aber auch Schwankungen des Dampfdruckes im Boden während des Tages stattfinden, und ob sie regelmäßig genug sind, um hier in Betracht zu kommen, kann aus den bisherigen Versuchen nicht entnommen werden. Mit Rücksicht auf den wesentlich örtlichen und mit der Örtlichkeit wechselnden Charakter, den die Luftfeuchtigkeit wenigstens in der freien Atmosphäre hat, schien die Fortsetzung dieser mühsamen Feuchtigkeitsmessungen zunächst entbehrlich.

Vielleicht wäre aus der Betrachtung des Grundwassers eine Beziehung zu den vorstehenden Beobachtungen zu gewinnen. Messungen des Grundwasserstandes finden an vielen Stellen Berlins einmal täglich seitens der Verwaltung der städtischen Kanalisationswerke statt und werden regelmäßig in den „Monatsberichten des Statistischen Amtes der Stadt Berlin" mitgeteilt. Eine Durchsicht dieser Angaben für unsere Stadtgegend aus dem Jahre 1909 ergab mir, daß an der Beobachtungsstelle das Grundwasser etwa 6 m unter der Oberfläche; also etwa 5 m unter derjenigen Stelle steht, in welcher unsere Druckmessungen stattfinden. Die Schwankungen von Tag zu Tag sind so gering, daß die Extreme der einzelnen Monate nur um 5 bis 6 cm, teilweise auch weniger, auseinander liegen, und selbst der Unterschied der Jahresextreme betrug wenig über 20 cm. Ob daneben auch regelmäßige tägliche Schwankungen des Grundwassers vorkommen, habe ich bisher nicht ergründen können.

Als vorläufiges Ergebnis möchte ich die Vermutung aussprechen, daß der Ursprung der täglichen Luftdruckschwankungen näher an unserer Beobachtungsstelle (in 1 m Tiefe) als an der Bodenoberfläche zu suchen ist.

Für freundliche Hilfe beim Wechseln der Registrierstreifen, sowie namentlich bei den Feuchtigkeitsmessungen bin ich meinen Assistenten, den Herren Schindelhauer, Lehnhardt und Dr. Rudolph, sehr zu Dank verpflichtet.

(Eingegangen 12. Juli 1911.)

Über Überlichtgeschwindigkeiten in der Relativtheorie.

Von W. v. Ignatowsky.

Ich habe schon in meinen früheren Arbeiten[1]) hingewiesen, daß die Lichtgeschwindigkeit c nur für substantielle Punkte als Grenzgeschwindigkeit betrachtet werden kann. Denn in der Wurzel $\sqrt{1-\frac{q^2}{c^2}}$, welche in den Einsteinschen Transformationsgleichungen eintritt, bedeutet q die Geschwindigkeit des Koordinatensystems. Nun ist ein solches System kein mathematisches Gebilde, sondern eine substantielle Welt mit ihren Beobachtern und ihrem Instrumentarium. Deshalb können wir annehmen, daß wir einen beliebig bewegten substantiellen Punkt auf Ruhe transformieren können. Die Bewegung irgendeiner Erscheinung, z. B. Fortpflanzung einer Phase, Dilatation usw., können wir im allgemeinen nicht auf Ruhe transformieren, und kann deshalb diese Fortpflanzung beliebig sein.

Bezeichnet $\mathfrak{v}$ irgendeine Geschwindigkeit im ungestrichenen und $\mathfrak{v}'$ im gestrichenen System, so ist

$$\mathfrak{v}' = \frac{\mathfrak{v} + (p-1)\,\mathfrak{c}_0 \cdot \mathfrak{c}_0\mathfrak{v} - pq\,\mathfrak{c}_0^2)}{p(1-qn\,\mathfrak{c}_0\mathfrak{v})}. \qquad (1)$$

Ist $\mathfrak{v}$ senkrecht zu $\mathfrak{c}_0$ und gleich $\mathfrak{v}_s$, so folgt aus (1)

$$\mathfrak{v}' = \frac{\mathfrak{v}_s - pq\mathfrak{c}_0}{p} \qquad (2)$$

und die zu $\mathfrak{c}_0$ senkrechte Komponente von $\mathfrak{v}'$ ist wegen (2) gleich

$$\mathfrak{v}'_s = \frac{\mathfrak{v}_s}{p}. \qquad (3)$$

Um alle Verhältnisse klar zu übersehen, wenden wir uns zur graphischen Darstellung und nehmen zur Vereinfachung an, daß $\mathfrak{v}$ parallel zu $\mathfrak{c}_0$ ist. Dasselbe gilt dann auch für $\mathfrak{v}'$. Schreiben wir jetzt v anstatt $\mathfrak{v}$, so folgt dann aus (1)

$$v' = \frac{v-q}{1-qnv}; \quad n = \frac{1}{c^2}. \qquad (4)$$

Wir setzen jetzt $v' = y$ und $v = x$ und erhalten dann statt (4)

$$y = \frac{x-q}{1-qnx}. \qquad (5)$$

Um den Nullpunkt zeichnen wir ein Quadrat mit der Seitenlänge $2c$ (Fig. 1). Außerdem führen wir ein zweites Koordinatensystem ein, parallel dem ersten, und welches um das Stück

$$RO_1 = NO_1 = V = \frac{1}{qn} \qquad (6)$$

verschoben ist, wobei wir im neuen Koordinatensystem die positiven Abszissen nach links rechnen.

Es werden dann x und y, ausgedrückt in den neuen Koordinaten x_1 und y_1, sein:

$$\begin{cases} x = \dfrac{c^2}{q} - x_1 \\ y = y_1 - \dfrac{c^2}{q}. \end{cases} \qquad (7)$$

Dies in (15) eingesetzt, ergibt:

$$x_1 y_1 = \frac{c^2(c^2-q^2)}{q^2}. \qquad (8)$$

Wir erhalten demnach eine Hyperbel, deren Asymptoten die neuen Koordinatenachsen sind.

Aus (5) ersehen wir, daß die Hyperbel durch die Punkte D und B des Quadrats gehen wird, d. h. für $v = +c$ ist immer $v' = +c$. Hat q ein negatives Zeichen, so erhalten wir die Hyperbel $DM'B$. Ist $v' < c$, so wird auch $v < c$ sein und umgekehrt, was im Einklang mit den Ausführungen von Einstein[1]) ist. Für substantielle Punkte, also in allen Fällen, wo wir auf Ruhe transformieren können, werden wir uns innerhalb des Quadrats $ABCD$ bewegen, welches von Hyperbeln für alle möglichen q ausgefüllt wird. Sind z. B. q und v' beide größer als $\frac{c}{2}$, so ist dennoch $v < c$. Dies ersieht man aus der Fig. 1, wo $OK = q_1 > \frac{c}{2}$ und $OP = v_1' > \frac{c}{2}$ ist. Es wird dann v_1 durch die Abszisse des Punktes S der Hyperbel bestimmt. Bei Vernachlässigung des Relativitätsprinzips (also $n = 0$) geht die Hyperbel in die Grade LK über, und wir hätten dann statt S den Punkt S' erhalten und statt v_1, $OE = v'_1 + q$.

Für $v = \frac{1}{nq} = \frac{c^2}{q}$ ist $v' = \infty$. Für $v > \frac{c^2}{q}$ geht v' von $-\infty$ bis $-\frac{c^2}{q}$, welch letzteren Wert es erreicht, falls $v = \infty$ wird. Hierbei bewegt sich $y = v'$ längs dem zweiten Hyperbelast D_1B_1. Bei $v = -\infty$ ist $v' = -\frac{1}{qn} = -\frac{c^2}{q}$ und be-

1) Ann. d. Phys. **33**, 607, 1910, diese Zeitschr. **11**, 972, 1910 und Archiv der Mathematik und Physik III. Reihe, **17**, 1 und **18**, 17.

2) v. Ignatowsky, diese Zeitschr. **12**, 164, 1911.

1) Einstein, Ann. d. Phys. **17**, 891, 1905.

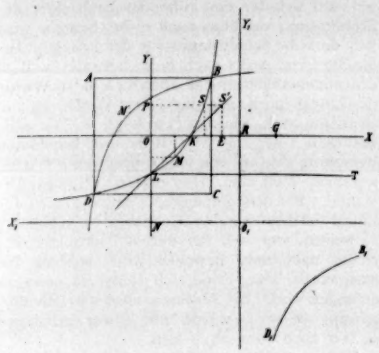


Fig. 1.

wegt sich dann längs dem ersten Hyperbelast und gelangt in das Quadrat $ABCD$, sobald $v > -c$ wird.

Für einen Punkt M der Hyperbel ist v dem absoluten Wert nach gleich v', aber von entgegengesetztem Zeichen. D. h. $-v = v'$. Bezeichnen wir diesen Wert von v durch v_0, so folgt aus (4)

$$v_0 = \frac{c^2}{q} - \frac{c^2}{q}\sqrt{1 - \frac{q^2}{c^2}} = \frac{1}{qn}\left(1 - \frac{1}{p}\right) \qquad (9)$$

Für $n = 0$ geht v_0 in $\frac{q}{2}$ über in Übereinstimmung mit der klassischen Kinematik.

Es bezeichne α' den Winkel zwischen einer zum bewegten Beobachter festen Linie, und der Richtung von $\mathfrak{c}_0$. Dann ist [1])

$$\cos\alpha = \frac{\cos\alpha'}{p\sqrt{1 - n^2q^2\cos^2\alpha'}}, \qquad (10)$$

wo α denselben Winkel für den ruhenden Beobachter bedeutet. Statt (10) können wir auch schreiben

$$\operatorname{tg}\alpha = p\operatorname{tg}\alpha'. \qquad (11)$$

Ruht umgekehrt die Linie in bezug auf den ruhenden Beobachter und bedeutet α den Winkel zwischen der Linie und $\mathfrak{c}_0$, so ist laut (11)

$$p\operatorname{tg}\alpha' = \operatorname{tg}\alpha. \qquad (12)$$

Wir gehen nun zu dem von Sommerfeld angegebenen Beispiel [2]) über und wollen dasselbe näher untersuchen und an Hand desselben alle oben angegebenen Beziehungen zwischen v und v' erläutern.

1) v. Ignatowsky, Archiv d. Mathematik und Physik, III. Reihe, **18**, 17.

2) Siehe die Diskussion zu meinem Königsberger Vortrag, diese Zeitschr. **11**, 972, 1910.

In dem Beispiel von Sommerfeld wird angenommen, daß sich ein Lineal OB (Fig. 2), welches mit der OX-Richtung (d. h. mit der

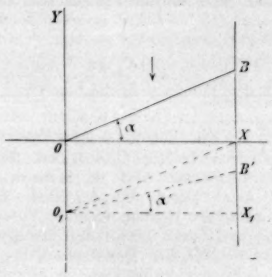


Fig. 2.

Richtung von $\mathfrak{c}_0$) einen Winkel α bildet, mit einer konstanten Geschwindigkeit v_s senkrecht zu OX (Richtung des Pfeiles) bewegt. Der Schnittpunkt zwischen OB und OX bewegt sich dann mit einer Geschwindigkeit

$$s = \frac{v}{\operatorname{tg}\alpha}. \qquad (13)$$

Dies alles bezieht sich auf das ruhende System.

Für das bewegte System ist wegen (4)

$$s' = \frac{s - q}{1 - qns}. \qquad (14)$$

Der Winkel α für das bewegte System, d. h. α', wird aber nicht mehr durch Gleichung (12) bestimmt, sondern ergibt sich folgendermaßen.

Der Wert der zu $\mathfrak{c}_0$ senkrechten Komponente von v_s ist für den bewegten Beobachter wegen (3) gleich $\frac{v_s}{p}$. Deshalb ist für den letzteren die Geschwindigkeit des Schnittpunktes in bezug auf die für ihre bewegte Achse OX gleich $\frac{v_s}{p\operatorname{tg}\alpha'}$ und in bezug auf ihn selbst $\frac{v_s}{p\operatorname{tg}\alpha'} - q$. D. h. es ist

$$s' = \frac{v_s}{p\operatorname{tg}\alpha'} - q. \qquad (15)$$

Aus (13), (14) und (15) erhalten wir demnach

$$\operatorname{tg}\alpha' = p\operatorname{tg}\alpha' - v_s pqn. \qquad (16)$$

Für $v_s = 0$ geht (16) in (12) über, wie es auch sein muß.

Gleichung (16) läßt sich auch auf einem anderen Wege ableiten.

Die Linie BX ist eine feste in bezug auf das ruhende System. Deshalb ist

$$OX = x = \frac{x'}{p}. \qquad (17)$$

Ebenfalls sollen O_1 und X_1 feste Punkte in bezug auf das ruhende System sein und die Entfernung $OO_1 = XX_1$ so gewählt werden, daß $\operatorname{tg} XOX_1 = \operatorname{tg} a$. Es ist dann

$$XX_1 = y_1 = OX_1 \operatorname{tg} a = x \operatorname{tg} a \qquad (18)$$

Und für den bewegten Beobachter ist

$$y' = y_1 = x \operatorname{tg} a. \qquad (19)$$

Nach der Zeit t soll der Stab für den ruhenden Beobachter die Lage O_1X haben. Für den bewegten Beobachter wird im Moment t' der Punkt O in O_1 liegen, aber der Punkt B wird für ihn im selben Moment nicht in X, sondern in B' liegen. Deshalb ist für den bewegten Beobachter $a' = B'O_1X_1$. Der Punkt B liegt in X für den bewegten Beobachter im Moment t_1'. Die Zeitdifferenz $t_1' - t'$ ist

$$t_1' - t' = pqnx, \qquad (20)$$

und da die zu c_0 senkrechte Komponente der Geschwindigkeit des Stabes für den bewegten Beobachter gleich $\frac{v_s}{p}$ ist, so berechnet sich die Strecke XB' zu

$$\left(t' - t_1'\right)\frac{v_s}{p} = v_s qnx, \qquad (21)$$

und deshalb

$$\operatorname{tg} a' = \frac{B'X_1}{x'} = \frac{y_1' - XB'}{x'} = \frac{x \operatorname{tg} a - v_s qnx}{x'} = p \operatorname{tg} a - v_s qn \qquad (22)$$

in Übereinstimmung mit (16).

Ist die rechte Seite von (22) gleich Null, also auch $a' = 0$, d. h.

$$\operatorname{tg} a = v_s qn \qquad (23)$$

und demnach

$$s = \frac{1}{qn} = \frac{c^2}{q}, \qquad (24)$$

so ist für den bewegten Beobachter der Stab parallel zu c_0, also für diesen Beobachter bewegt sich der Schnittpunkt mit unendlich großer Geschwindigkeit. Verkleinern wir a, so vergrößert sich s, und s' wird laut (14) negativ, und zwar ändert es sich von ∞ bis $-\frac{1}{qn}$, falls s sich von $\frac{1}{qn}$ zu $+\infty$ hin bewegt. Für $s = -\infty$ bis $s = -c$, geht s' von $-\frac{1}{qn}$ bis zu dem Wert $s' = -c$. Alles dies läßt sich auf der Fig. 1 übersehen, wie wir dies eben ausgeführt haben.

Wir nehmen nun an, a habe einen Wert $a_0 > 0$, der kleiner ist als der Gleichung (23) entspricht. Dann ist, wegen (22), $a_0' < 0$. D. h. während sich für den ruhenden Beobachter der Schnittpunkt von links nach rechts bewegt, wird sich derselbe Schnittpunkt für den bewegten Beobachter von rechts nach links bewegen, weil in dem angenommenen Fall eben $a_0' < 0$ ist. Würde das Lineal ruhen, mit demselben Winkel $a_0 > 0$, so würde auch, wie aus (12) folgt, $a_0' > 0$ sein. Bei dem Übergang von Ruhe zur konstanten Bewegung geht a_0' von einem positiven zu einem negativen Wert über. Dies erklärt sich folgendermaßen. Bei dem genannten Übergang wird das Lineal für den bewegten Beobachter einen Knick [1]) aufweisen, der sich für diesen Beobachter von rechts nach links bewegen wird, weshalb für letzteren das linke Ende sich später zu bewegen anfangen wird. Bei Abwesenheit des Relativitätsprinzips ($n = 0$), würde bei einem beliebigen $a_0 > 0$ auch stets $a_0' > 0$ sein.

Bekanntlich kann sich ein Signal nicht mit Überlichtgeschwindigkeit fortpflanzen. Wir wollen, anknüpfend an die Fig. 1, hierfür einen elementaren Beweis anführen.

Es seien A und B zwei zum ruhenden System feste Punkte auf der X-Achse. Die Richtung von A zu B ist positiv in der Richtung der X-Achse. Von A werde ein Signal mit der Geschwindigkeit V nach B gesandt, welches dort eine Wirkung auslösen soll. Wir ziehen durch L (Fig. 1) eine zu OX parallele Gerade LT und betrachten dieselbe als neue Abszissenachse. Die Abschnitte der entsprechenden Ordinaten zwischen LT und der Hyperbel geben uns die Relativgeschwindigkeit V_1 des Signals in bezug auf die Strecke AB, von bewegtem Beobachter aus beurteilt. Ist $V < c$, so wird, wie aus der Figur ersichtlich, V_1 stets positiv sein, das heißt, es wird in diesem Fall, von einem beliebigen System aus beurteilt, das Signal in B zu einer späteren Zeit ankommen, als es von A abgesandt worden ist. Ist $V > c$, z. B. $V = OG$, so können wir zwischen G und dem Quadrat immer ein Koordinatensystem $X_1O_1Y_1$ einschalten und dann nach (6) $q < c$ berechnen. Für den Beobachter, welcher sich mit dieser Geschwindigkeit q bewegt, wird $V_1 < 0$ sein, da hierbei der zweite Ast D_1B_1 der Hyperbel zu berücksichtigen ist. Es wird also hierbei für den bewegten Beobachter das Signal in B früher eintreffen, als es von A abgegangen ist. Hieraus schließen wir in bekannter Weise, daß ein Signal sich nicht mit Überlichtgeschwindigkeit bewegen kann.

1) v. Ignatowsky, diese Zeitschr. **12**, 414, 1911 und Ann. d. Phys. **33**, 607, 1910.

Berlin, im Juli 1911.

(Eingegangen 1. August 1911.)

Eine Bemerkung zu meiner Arbeit: „Einige allgemeine Bemerkungen zum Relativitätsprinzip“ [1]).

Von W. v. Ignatowsky.

Herr Ph. Frank machte mich brieflich in liebenswürdiger Weise darauf aufmerksam, daß der Bruch $\frac{q_1}{pq}$ (Gl. (22) meiner oben zitierten Arbeit) eventuell selbst noch eine Funktion von x und t sein könnte und deshalb nicht konstant zu sein braucht.

Diesen Einwand kann man, meiner Meinung nach, folgendermaßen beheben. Aus (17), (18), (19) und (20) meiner Arbeit folgt:

$$v' = \frac{v + (p-1)c_0 \cdot c_0 v - pqc_0}{p + p_1 c v} \qquad (1)$$

Ist nun v parallel zu c_0, so gilt dasselbe auch für v' und wir erhalten dann aus (1), da nun $v = c_0 v$ ist, nach Weglassung des Faktors c_0,

$$v' = \frac{v - q}{1 + \frac{p_1}{p} v}. \qquad (2)$$

Dies bezieht sich auf die Geschwindigkeit einer beliebigen Erscheinung, von welcher selbst $\frac{p_1}{p}$ nicht abhängen kann. Können wir nun für irgendeine Erscheinung nachweisen, daß bei konstantem v auch v' konstant ist, so wird nach (2) auch $\frac{p_1}{p}$ konstant sein, und zwar, wegen der Unabhängigkeit von der Erscheinung, immer konstant sein und infolgedessen auch $\frac{p_1}{pq}$, da q konstant ist. Da nun nach Gl. (22) meiner Arbeit dieser Bruch für jedes Systempaar denselben Wert hat, so wird er gleich einer universellen Konstanten sein, die wir durch $-n$ bezeichnet haben.

Nun läßt sich auf Grund der Definition des Relativitätsprinzips selbst zeigen, daß bei einem bestimmten konstanten v auch v' konstant sein wird.

Haben wir zwei zueinander mit konstanter Geschwindigkeit translatorisch bewegte Koordinatensysteme K und K', so besagt das Relativitätsprinzip, daß beide Systeme als gleichwertig angesehen werden können, d. h. jedes von ihnen kann als ruhend und das andere als bewegt angesehen werden. Desgleichen können wir uns ein drittes System K'' denken, das sich translatorisch mit gleichförmiger Geschwindigkeit in bezug auf K bewegt. Dasselbe ist also gleichwertig mit K. Es muß aber auch gleichwertig mit K' sein, denn sonst hätten wir in K' ein besonderes System, welches eine Ausnahmestellung einnehmen würde, was dem Relativitätsprinzip widerspricht. Durch derartige Überlegungen müssen wir schließen [1]), daß wir unendlich viele gleichwertige Systeme haben, oder, wie sich Herr Laue in seinem Buche ausdrückt [2]): „Es gibt eine dreifach unendliche Mannigfaltigkeit gleichberechtigter Systeme, welche sich gegeneinander mit gleichförmigen Geschwindigkeiten bewegen.“ Dies ist als Definition des Relativitätsprinzips zu betrachten.

Wenn nun K, K' und K'' drei gleichberechtigte Systeme sind und, von K aus betrachtet, sich in einer Richtung bewegen, so ergibt uns (2) folgendes. Bedeutet v die Geschwindigkeit von K'' in bezug auf K, so ist v' die Geschwindigkeit von K'', in bezug auf K', vom letzteren aus gemessen. Nun sind aber alle drei Systeme gleichwertig, folglich sind v und v' konstant. Daraus ergibt sich also, daß $\frac{p_1}{p}$ auch konstant sein wird und infolge des früher Gesagten, daß $\frac{p_1}{pq} = -n$ eine universelle Konstante bedeutet.

1) Diese Zeitschr. **11**, 972, 1910 und auch Archiv der Mathematik und Physik, III. Reihe, **17**, 1 und **18**, 17. Mr. 5, Gl. 15.

1) Siehe Ausführlicheres in der oben zitierten Arbeit des Verfassers in dem Archiv für Mathem. u. Physik.

2) M. Laue, „Das Relativitätsprinzip“. Braunschweig, Vieweg & Sohn. 1911.

Berlin, im Juli 1911.

(Eingegangen 1. August 1911.)

Über die Änderung der inneren Reibung der Gase der Argongruppe mit der Temperatur.

Zur Abhandlung von A. O. Rankine.

Von Max Reinganum.

Am Schlusse meiner Dissertation [1]) machte ich darauf aufmerksam, daß die Sutherlandschen Anziehungskonstanten C parallel gehen mit der absoluten kritischen Temperatur, und gab hierüber folgende Tabelle:

	C nach Sutherland	T_{kr}
Stickstoff	84	127
Sauerstoff	127	155
Kohlenoxyd	100	133
Äthylen	272	283
Stickoxydul	260	308
Kohlensäure	277	303

1) Theorie und Aufstellung einer Zustandsgleichung. Inaug.-Diss. Göttingen 1899, S. 116—117.

Auch wurde eine Erklärung auf Grund der Zustandsgleichung gegeben. In seiner genannten, sehr interessanten Untersuchung[1]) spricht Herr Rankine auf Grund zweier Tabellen denselben Satz aus, den er für ganz neu hält.

Wenn ich in späteren Abhandlungen nicht mehr auf die Beziehung zurückgekommen bin, so liegt es daran, daß ich bald, um näheren Anschluß an meine Theorie der Zustandsgleichung und damit die Methoden der statistischen Mechanik zu erhalten, der Temperaturfunktion für die innere Reibung die Form $e^{\frac{c}{T}}$ (statt wie bei Sutherland $1+\frac{C}{T}$) gab. Für die neue Form habe ich aber auch öfters denselben Satz ausgesprochen[1]), auch auf die Ausnahme bei dem niedrigst siedenden Wasserstoff hingewiesen. Eine Erklärungsmöglichkeit für letzteren Umstand, den Herr Rankine auch für Helium erfüllt findet, wurde von mir dadurch gegeben, daß man bei Gasen mit äußerst schwachen molekularen Anziehungskräften die Abstoßungen beim eigentlichen Stoß nicht mehr als zeitlos ansehen darf, sondern eine Abstoßung nach einer allerdings sehr hohen Potenz der Entfernung anzunehmen hat[2]).

1) A. O. Rankine, diese Zeitschr. **11**, 750—751, 1910, Beibl. **35**, 466, 1911.

1) Zum erstenmal: diese Zeitschr. **2**, 244, 1900.
2) Molekulare Dimensionen auf Grund der kinetischen Gastheorie; Ann. d. Phys. **28**, 150, 1909, auch Anm. 1 daselbst.

Freiburg i. Br., den 2. Juni 1911.

(Eingegangen 6. Juni 1911.)

ZUSAMMENFASSENDE BERICHTE.

Bericht über die XIX. Jahresversammlung des Verbandes Deutscher Elektrotechniker, München 1911.

Von Alfred Wertheimer.

Die XIX. Jahresversammlung Deutscher Elektrotechniker tagte in München vom 29. Mai bis 1. Juni in den städtischen Ausstellungsgebäuden bei sehr reger Beteiligung der Vertreter der technischen Industrie. In der ersten Verbandsversammlung gab nach den offiziellen Begrüßungsansprachen der Vorsitzende des Verbandes, Professor Dr. E. Budde, einen Überblick über die Entwicklung der Elektrotechnik im letzten Jahre. Die Tendenz ist in allen ihren Zweigen eine aufsteigende gewesen. Von den interessanten Ausführungen kann hier nur erwähnt werden, daß die Internationale elektrische Kommission sich über eine einheitliche Buchstabenfestsetzung des Ohmschen Gesetzes $e=i\cdot r$ geeinigt hat; der Buchstabe e für die Spannung war in den verschiedenen Ländern bereits allgemein üblich und wurde beibehalten. Der Strom wird mit i bezeichnet, die Engländer haben das bei ihnen bisher gebräuchliche c (current), die Deutschen das für den Widerstand allenthalben benützte w aufgegeben; der Widerstand wird mit r bezeichnet.

Darauf hielt der Oberregierungsrat im Bayerischen Verkehrsministerium, Prof. Dr. B. Gleichmann, den Festvortrag über „Die elektrische Zugförderung auf den Haupteisenbahnen mit besonderer Berücksichtigung ihrer Entwicklung in Deutschland". Der Schöpfer der ersten elektrisch betriebenen Bahn war Werner von Siemens; er übergab sie am 31. Mai 1879 auf der Berliner Gewerbeausstellung zur öffentlichen Benutzung. Eine kleine zweiachsige Gleichstromlokomotive von 5 PS. zog mit einer Geschwindigkeit von 7 km in der Stunde auf einer 300 m langen Rundbahn drei kleine Personenwagen mit 18 Personen, wobei ein über der Gleismitte angeordnetes hochkantiges Flacheisen die Stromabnahmeleitung, das Gleis selbst die Stromrückleitung bildete. Naturgemäß verschaffte sich die Elektrizität vor allem auf den Straßenbahnen, den Hoch- und Untergrund-, Gruben- und Bergbahnen Eingang.

Ungleich schwierigere Forderungen stellt der elektrische Vollbahnbetrieb. Das den Strom liefernde Kraftwerk und die Leitung bis zur Bahnstrecke bieten keine sonderlichen Schwierigkeiten. Die wichtigsten Teile sind: 1. die Streckenleitung, 2. die Motoren. Die Streckenleitung, Fahrdraht genannt, muß einfach, leistungsfähig, betriebssicher sein, und auch für Geschwindigkeiten bis zu 150 km eine gute Stromabnahme durch den Bügel gewährleisten. Die einfachste und billigste Anlage ist die einer einzigen Leitung neben dem die Rückleitung bildenden Gleis. Das ist das Minimum vom Standpunkte des Eisenbahningenieurs, aber auch das Maximum. Betriebstechnisch wird eine Regulierung der Motorgeschwindigkeit in weitesten Grenzen gefordert. Drei Stromarten stehen zur Verfügung: einphasiger Wechselstrom, Drehstrom und Gleichstrom. Der Vortragende gibt zunächst ein anschauliches Bild der physikalischen Grundlagen dieser Stromarten, bespricht die verschiedenen Ausführungsmöglichkeiten der Bahn-

anlagen, und kommt zu dem Ergebnis, das in folgender Tabelle übersichtlich zusammengestellt ist:

Stromart	Spannung in Volt	Stromstärke in Amp.	Speisepunktsentfernung in km (bei konstant vorgeschr. Arbeitsverlust)
1. Gleichstrom:			
a) 3. Schiene . . .	1030	1300	7
b) mit Fahrdraht .	3000	433	19,2
2. Drehstrom: 15Period.			
a) 2 Drähte . . .	3000	312	8,2
b) desgl.	5000	187	23
3. Einphasenwechselstrom:			
a) $16^2/_3$ Perioden, 1 Draht . . .	10000	163	51
b) desgl.	15000	109	115

Fernleitungsübertragung bei
1) erfolgt mit Drehstrom; an den Speisepunkten wird der Gleichstrom durch rotierende Drehstrom-Gleichstrom-Umformer erzeugt;
Fernleitungsübertragung bei
2) erfolgt mit Drehstrom;
Fernleitungsübertragung bei
3) mit Einphasenwechselstrom; an den Speisepunkten wird bei 2) und 3) mit einfachen Transformatoren die Fernleitungsspannung herabgesetzt.

Die Umformerwerke müssen beim Drehstrom-Gleichstrom-System eng aufeinandergelegt werden, das Drehstrom-System ist schon bedeutend leistungsfähiger, das Wechselstrom-System dagegen in der Anlage noch übersichtlicher und einfacher. Man sieht, wie mit zunehmender Spannung die Stromstärken sinken und die Abstände der Speisepunkte beträchtlich zunehmen. Der Wechselstrom vereinigt für Hauptbahnbetriebe die Vorzüge des Gleichstromes mit den Vorteilen des Drehstromes, nämlich den Motor, der veränderliche Geschwindigkeit besitzt und nur einen Fahrdraht verlangt, mit der Unabhängigkeit von der Entfernung, der den Wechselstromarten eigentümlich ist.

Die Durchbildung des Wechselstromkommutatormotors, besonders durch die deutsche Industrie, bedeutet einen der hervorragendsten Markstein in der Geschichte der Elektrotechnik. Es gehörten die langjährigen Erfahrungen auf diesem Gebiete dazu, bis es gelang, bei einfacher Bauart einen genügend funkenfreien Lauf des Kommutators, guten Wirkungsgrad und große Einheitsleistung zu erzielen. Die Versuchsanlagen, wie die auf der Strecke Spindlersfelde, auf der Oranienburger Versuchsbahn, Murnau—Oberammergau, Blankenese—Ohlsdorf, und in jüngster Zeit Dessau—Bitterfeld haben zur konstruktiven Durchbildung des Systems sehr nützliche Dienste geleistet. Die Motoren können sowohl in der für Triebwagen erforderlichen Größe von 200 P.S. für Zahnradantrieb als auch für schwere Güterzug- und Schnellzuglokomotiven in Einheitsleistungen, die 1000 P.S. übersteigen, gebaut werden. Die deutschen Staatsbahnverwaltungen, die sich mit dem Problem beschäftigen, die Elektrizität für Zugförderung auszunützen, haben in Rücksicht auf die elektrischen Vorgänge im Motor eine Periodenzahl von rund $15—16^2/_3$ als am besten geeignet gefunden. Das gleiche Urteil fällten andere Länder, Österreich, Schweiz und Schweden. An Hand von bildlichen Darstellungen werden die verschiedenen Bauformen für die Fahrdrahtanlagen und die Lokomotiven besprochen; bei den letzteren ist die Unterteilung der Kraft auf eine größere Zahl von Motoren, die entweder mit Zahnrädern auf die Achsen arbeiten oder unmittelbar auf die Achsen gebaut sind, aus betriebstechnischen und wirtschaftlichen Gründen verlassen worden; dagegen bietet die Unterbringung der ganzen Leistung in einem Motor ungleich größere Vorteile. Solche nach den dargelegten Grundsätzen gebaute, bereits im Betrieb befindliche Maschinen wurden vom Vortragenden eingehend erläutert. Neu eingerichtet wird der elektrische Betrieb demnächst auf den Strecken in Preußen: Magdeburg—Halle—Leipzig und Lauban—Königszelt; in Baden: Basel—Säckingen—Zell; in Bayern: Salzburg—Reichenhall—Berchtesgaden und München—Garmisch—Kochel—Mittenwald—Griesen. Redner weist zum Schlusse seiner interessanten Ausführungen hin, daß für die Einführung der elektrischen Zugförderung entscheidend sei, daß neben betriebstechnischen Vorzügen auch finanzielle Vorteile erreicht werden.

In der zweiten Sitzung berichtete zunächst der Generalsekretär des Verbandes Ing. G. Dettmar über die Arbeiten seit der letzten Jahresversammlung. Ing. J. Nowak-München sprach dann über die von ihm erfundene „Maschine zum Berechnen elektrischer Leitungsnetze", mit der man auf rein mechanischem Wege mittels Zählwerke die Strom- und Spannungsverteilung in irgendeinem Netze bei irgendwelchen Belastungsannahmen und -änderungen überblicken und kontrollieren kann. Sie gewährleistet eine übersichtliche, rasche Beherrschung und richtige Ausnützung der Leitungsnetze. Die Maschine kann auch zu statischen Berechnungen Verwendung finden.

Dipl.-Ing. Eppner-München sprach über die „Feuersicherheit von Isolationsmaterialien".

Hierauf trug Dr. Kesseldorfer-München über die „Theorie und Konstruktion der Quecksilber-Motor-Zähler mit besonderer Berücksichtigung der Fabrikate der Isaria-Zählerwerke-München" vor und besprach dabei in ausführlicher Weise das erwähnte System.

Dem nun folgenden letzten, wissenschaftlich bedeutungsvollen Vortrage der zweiten Sitzung von Professor Giovanni Ossanna-München über die „Dimensionierung der einphasigen Kommutatormotoren mit besonderer Berücksichtigung der schweren Zugförderung" wurde großes Interesse entgegengebracht. Einheitliche Formen für die Dimensionierung der verschiedenen Motorarten sind bisher nicht bekannt gewesen, was den Grund für weit auseinandergehende Ansichten über die zweckmäßigste Wahl derselben bildete. Der Vortragende stellte zunächst die in seinen Hochschulvorlesungen entwickelten, einheitlichen, für die hier in Betracht kommenden Arten allgemeingültigen Formen auf; diese lassen den Einfluß der Leistung, der Drehzahl, der transformatorischen Segmentspannung und der Ampereleiter pro cm Umfang auf die Abmessungen deutlich erkennen. An Hand dieser grundlegenden Formeln wird 1. der Serienmotor, 2. der Repulsionsmotor mit Ständererregung (Thomson-Déri) und 3. mit Ankererregung (Winter-Eichberg-Latour) besprochen und der Einfluß der Periodenzahl auf die Eigenschaften, auf die Abmessungen, auf die Gewichte und auf den Raumbedarf festgestellt. Was die Periodenzahl anlangt, so wurde gefunden, daß für den Serienmotor eine kleine Periodenzahl am günstigsten ist; je kleiner die Periodenzahl, um so besser der Leistungsfaktor, und um so höher die erreichbaren Maximalleistungen. Für die Repulsionsmotoren dagegen sind 25 Perioden günstiger als 15. Ein nunmehriger Vergleich zwischen dem 25periodigen Repulsionsmotor und dem 15periodigen Serienmotor ergab, daß der Serienmotor in bezug auf erreichbare Höchstleistung, Raumbedarf, Gewicht und Preis im Vorteil ist. Zum Schlusse machte der Vortragende Angaben über verschiedene, in einheitlicher Weise dimensionierte Motoren, durch die die vorher angestellten Überlegungen sehr schön veranschaulicht werden.

Die nächste Versammlung war dem Hauptthema, der „Elektrizität im Hause" gewidmet. Den Hauptvortrag zu diesem Thema hielt Generalsekretär G. Dettmar-Berlin. Das älteste und verbreitetste Anwendungsgebiet ist die elektrische Beleuchtung, über deren Vorzüge und Anwendungsmöglichkeiten zunächst ein Überblick gegeben wurde. In Deutschland stehen 50 Millionen Glühlampen und 2 Millionen Bogenlampen nur 25 Millionen Gasglühlampen gegenüber; die Zunahme der abgegebenen Kilowattstunden beträgt jährlich bei einer größeren Anzahl von Elektrizitätswerken im Durchschnitt etwa 16,5 Proz. gegenüber nur 4,9 Proz. Zunahme der Gasproduktion. Das zweite Anwendungsgebiet ist das elektrische Kochen, dessen Vorzüge noch nicht so allgemein bekannt und anerkannt sind; die Aussichten für eine weite Verbreitung sind angesichts der großen Fortschritte im Bau elektrischer Kocheinrichtungen durchaus günstige. Die Frage der Einführung solcher Einrichtungen ist wesentlich eine Frage der Tarifgestaltung. Dann wurde noch das Gebiet der elektrischen Heizung, des elektrischen Antriebes im Hause durch Beschaffung geeigneter Motoren und die Maßnahmen besprochen, die geeignet sind, die Verwertung der Elektrizität im Hause zu erleichtern.

Direktor E. Wikander-Berlin erörterte dann in seinem Vortrage „Über Tarife für den Verkauf elektrischer Energie" die hauptsächlichsten, jetzt üblichen Tarife, würdigte ihre Vor- und Nachteile und machte dann einen Vorschlag zu einem vereinfachten, die Anwendung der Elektrizität im Hause fördernden Tarife. Den beiden letzten Vorträgen folgte eine lebhafte Aussprache, die einerseits die Wichtigkeit eines nach individuellen, den örtlichen Verhältnissen angepaßten Gesichtspunkten gut ausgearbeiteten Tarifs, andererseits die Bedeutung einer einfachen, einheitlichen Tarifgestaltung und -handhabung deutlich hervortreten ließ.

Dipl.-Ing. P. Stern-Berlin sprach hierauf über die „Verschönerung oder Verunzierung des Hauses durch die elektrische Installation".

Dipl.-Ing. A. Libesny-Berlin behandelte „Beleuchtungstechnische Fragen (mit besonderer Berücksichtigung der Beleuchtung von Innenräumen)", die hauptsächlich angewendeten Beleuchtungsmittel, die Bestrebungen, ihre Ökonomie zu verbessern und die zukünftige Ausgestaltung von Lichtquellen.

Dipl.-Ing. A. Steinhardt-Berlin sprach schließlich über „Elektrische Koch- und Heizapparate". Nach einer Übersicht über die verschiedenen Systeme und Konstruktionen führte er Fabrikate der A.-E.-G. auf diesem Gebiete im Bilde vor.

Den Schluß des Kongresses bildeten Besichtigungen der beiden Abteilungen des Deutschen Museums, der staatlichen und städtischen Elektrizitätswerke, der Isarwerke und der Isaria-Zählerwerke, A.-G. Anläßlich der Jahresversammlung veranstaltete der Elektrotechnische Verein München, der auch im Verlaufe des Kongresses für zahlreiche wohlgelungene Vergnügungsveranstaltungen Sorge getragen hatte, eine öffentliche Ausstellung: „Die Elektrizität im Hause, im Kleingewerbe und in der Landwirschaft", die uns ein anschauliches Bild gab, wie mannigfach und vielseitig die elektrische Energie im täglichen Leben Verwendung finden kann. Von den zahlreichen praktischen Neuerungen und

Neuheiten auf diesem Gebiete interessiert vielleicht: das Silundium von der Firma Prometheus-Frankfurt a. M., ein neues Widerstandsmaterial für elektrische Heiz- und Kochapparate, ein Kohlepräparat, das durch Glühen in Siliziumdämpfen unverbrennbar gemacht ist; ein gegen Wasser vollständig unempfindlicher Gleichstrommotor von mehreren PS., von Garbe, Lahmeyer & Co.-Aachen, der nicht eingekapselt, im Wasser liegend, läuft, ein Beweis für die Güte der Isolation.

Eine den Physiker interessierende Neuheit stellte die Spezialfabrik für Röntgenapparate und Röntgenröhren Polyphos, E. G.-München aus, nämlich die neueste Ausführung des Rosenthalschen Universalinduktoriums, bei welchem nicht nur die primären, sondern auch die sekundären Wicklungen unterteilt und nach Belieben parallel und hintereinander geschaltet werden können; hierbei ist auch eine neue patentierte Schaltung der Sekundärwicklung angewandt, die besonders intensive Sekundärströme gibt. So erhält man bei einer bestimmten Schaltungsweise gewaltige Flammenentladungen von 200 Milliampere (gemessen mit einem Deprez-Amperemeter) pulsierenden Gleichstromes.

Den Fortschritt einer Kabeltechnik zeigt uns die A. E.-G.-Berlin in dem Endverschluß und in den Verbindungsmuffen eines für 30000 Volt geprüften Starkstromkabels. Ein bis ins kleinste Detail elektrisch eingerichtetes Bauerngut wird von der A. E.-G. gemeinsam mit den Amperwerken im Betriebe ausgestellt. Die automatische Telephonzentrale der Siemens & Halske A.-G., die in München zum erstenmal in größerem Maßstabe ausgeführt wurde, benötigt nur 2 Sekunden pro Stellenzahl zur vollständig fertigen, gegenseitigen Verbindung der Nummern der Teilnehmer; die Zentrale ist übersichtlich und praktisch gebaut, der Telephonabonnent genießt den Vorzug der Selbstkontrolle.

Die nächste Jahresversammlung findet in Leipzig statt.

(Eingegangen 15. Juni 1911.)

BESPRECHUNGEN.

Wegener v. Dallwitz, Konstruktionsblätter für Flugtechniker. Band I: Der Treibschrauben-Konstrukteur. Eine neue elementare und erschöpfende Theorie der Treibschrauben (Schraubenpropeller für Luft- und Wasserfahrzeuge) und Tragschrauben und Anleitung zur Ausführung von günstig wirkenden Treib- und Tragschrauben für Luftfahrzeuge, Schiffe und Schlitten. Lex. 8. XII u. 183 S. mit 87 Abbildungen und 4 Tafeln. Rostock, C. J. E. Volckmann Nf. 1911. M. 6.—, gebunden M. 7.—

Eines der vielen Bücher, die durch den großen Fortschritt der Aviatik ins Leben gerufen wurden und das wie verschiedene andere Schriften desselben Verfassers wegen seiner populären und originellen Art seinen Leserkreis finden wird. Die Einführung in die Theorie der Schraubenpropeller ist dem Zwecke des Buches entsprechend sehr anschaulich gehalten (unter Heranziehung von Gleichnissen und anschaulichen Bildern) und erfüllt jedenfalls den Zweck, verschiedene weit verbreitete falsche Anschauungen über das Wesen der Propellerwirkung zu beseitigen. Auffallend ist allerdings, daß der Verfasser seinen Berechnungen (S. 18) das Newtonsche „Sinusquadrat"-Gesetz des Luftwiderstandes zugrunde legt, das längst als unzutreffend erkannt und meist durch das v. Lößlsche „Sinus"-Gesetz ersetzt wurde. Demgemäß sind auch die Resultate seiner Rechnungen theoretisch wohl nicht einwandfrei, wenn dies auch bei der Unzulänglichkeit aller Schraubentheorien praktisch nicht allzusehr von Belang sein mag.

Von Interesse ist dagegen die prinzipielle Feststellung, daß Schrauben von bestem Wirkungsgrad keine gleichmäßige Steigung haben dürfen und die originelle Konstruktion von „Gleichdruckschrauben", die (theoretisch allerdings nur!) gleichmäßige Treibkräfte für jedes Element ergeben. Auch die damit in Zusammenhang stehende Forderung nicht zu kleiner Naben ist jedenfalls beachtenswert.

Wenn auch verschiedenes bei den theoretischen Entwicklungen nicht den Beifall des Referenten findet, manches auch im Äußerlichen sehr störend wirkt, z. B. die oft recht unübersichtliche Schreibweise der Formeln, so muß doch zugegeben werden, daß das Buch manchen guten und beachtenswerten Gedanken enthält. Insbesondere sind die beigegebenen Beispiele instruktiv, die sich nicht bloß auf Luftfahrzeuge, sondern auch auf Schiffe und Motorschlitten beziehen. Die vollständige Durchrechnung einer Luftschraube aus Holz von 10000 Umläufen in der Minute für Gasturbinenbetrieb wird allerdings wohl kaum ernst zu nehmen sein und soll wohl nur die (dem Referenten mindestens zweifelhafte) Anwendungsmöglichkeit der Formeln zeigen.

Eingehend wird die Festigkeitsrechnung und mit besonderer Sorgfalt die Herstellung der Schrauben behandelt, wobei wertvolle Anweisungen für das Fertigmachen und Konservieren der Holzschrauben gegeben werden. Eine Zusammenstellung ausgeführter Schrauben verschiedener Systeme mit zum Teil recht ausführlichen Daten, sowie mehrere Tabellen beschließen das Buch, das, mit der nötigen Vorsicht gebraucht, als Ergänzung zu mehr wissenschaftlichen Werken über denselben Gegenstand jedenfalls manche gute Dienste leisten kann.

A. Pröll.

A. Föppl, Vorlesungen über Technische Mechanik.

III. Band: Festigkeitslehre. 4. Aufl. gr. 8. XVI u. 426 S. mit 86 Abbildungen. Leipzig, B. G. Teubner. 1909. Geb. M. 10.—

I. Band: Einführung in die Mechanik. 4. Aufl. gr. 8. XV u. 424 S. mit 104 Abbildungen. Leipzig, B. G. Teubner. 1911. Geb. M. 10.—

Die durchgreifende Änderung, welche das bekannte Föpplsche Lehrbuch in der 4. Auflage infolge des Hinzutretens der neuen Bände 5 und 6 erfahren hat, macht sich auch auf den Umfang und die Anordnung des Stoffes in den Bänden 3 und 4 geltend. Da Föppl schon bei der vorigen Auflage mit Rücksicht auf die beabsichtigte Erweiterung des Ganzen den Band „Festigkeitslehre" erheblich gekürzt hatte, so sind in der neuen (4.) Auflage wesentliche Veränderungen nicht zu bemerken, mit Ausnahme von einzelnen ergänzenden Bemerkungen und vier neuen Aufgaben. Der 3. Band umfaßt jetzt tatsächlich alles, was der Durchschnittstechniker braucht, und noch ein ganzes Teil mehr. Dankenswert ist es in diesem Sinne, daß auch der Abschnitt: Grundzüge der mathematischen Elastizitätstheorie beibehalten worden ist, so daß diejenigen, welche den 5. Band nicht anschaffen wollen, trotzdem ein verhältnismäßig abgeschlossenes Ganzes im 3. Bande besitzen. Verschiedene Ergänzungen erscheinen dagegen dem Referenten für eine spätere Auflage wünschenswert, so vermißt man z. B. bei der Besprechung der Methoden zur Härteprüfung die Erwähnung des bekannten Brinellschen Kugeldruckverfahrens.

Von dem zuletzt erschienenen 1. Bande des Werkes, „Einführung in die Mechanik", gilt das oben von Band 3 Gesagte gleichfalls; auch hier sind nur wenig Änderungen (hauptsächlich im Abschnitt über Reibung) zu bemerken. Seinem Titel entsprechend hat er die Grundlagen der Mechanik und die wichtigsten ihrer Probleme zu behandeln. Soweit die Mechanik starrer Körper in Betracht kommt, genügt er dieser vorgezeichneten Aufgabe auch vollkommen, einzelne Kapitel sind sogar sehr eingehend behandelt. Jedenfalls wird in dieser Beziehung Band 1 für die Bedürfnisse vieler Techniker vollkommen ausreichen. Der Abschnitt über Elastizität und Festigkeitslehre könnte dagegen nach Ansicht des Referenten besser wegbleiben, denn in der hier vorliegenden Form genügt er stellenweise auch als Einführung wohl kaum. Zu diesem für den Techniker so überaus wichtigen Gebiet ist ein besonderes Buch — wie es in dem oben besprochenen 3. Bande in mustergültiger Weise vorliegt, nicht zu entbehren; eine bloße Formelzusammenstellung, als welche einzelne Teile dieses Abschnittes (z. B. Knickung) erscheinen, findet man in jedem Taschenbuche („Hütte" u. a.). — Im Gegensatz hierzu ist der Abschnitt über Hydraulik eingehender und vollständiger behandelt; er dürfte als Einführung seinem Zwecke entsprechen. Für weitergehendes Studium, insbesondere für die neuerdings an Bedeutung zunehmende Hydrodynamik in zweidimensionaler Behandlungsweise (Kreiselräder) und anderes mehr, muß auf die entsprechenden Abschnitte im 4. und 6. Bande des gleichen Werkes verwiesen werden. Bedauerlich bleibt, wie schon bei Besprechung dieser Bände erwähnt wurde, daß dieser wichtige Teil der Mechanik bei Föppl durch die Verteilung auf drei Bände einigermaßen unübersichtlich geworden ist und ohne rechten Zusammenhang erscheint.

Im übrigen sind die bekannten Vorzüge der Föpplschen Werke auch den vorliegenden Bänden 3 und 1 eigen, so daß eine besondere Empfehlung wohl nicht mehr erforderlich ist. A. Pröll.

Tagesereignisse.

Der zweite **Mendelejew-Kongreß** für allgemeine und angewandte Chemie und Physik wird vom 21.—28. Dezember d. J. in St. Petersburg unter dem Ehrenpräsidium von N. N. Beketow tagen. Vorsitzender: Prof. Borgmann, Stellvertreter: Prof. A. J. Faworski. Anmeldungen an den Schatzmeister N. N. Ssokownikow, St. Petersburg, Chem. Laborat. d. Universität.

Die Zahl der Frauen an den deutschen Universitäten betrug im Sommersemester 1911 2552, das ist gegenüber dem Winterhalbjahr 1908/09 eine starke Verdoppelung. Davon entfällt auf die Universität Berlin fast 1/3, nämlich 695 Studentinnen. Mathematik und Naturwissenschaften studierten 423 Frauen gegen 313 im Vorjahre.

Die französischen Universitäten waren im letzten Jahr von 4000 Studentinnen besucht. Auf die Fächer Mathematik und Naturwissenschaften entfallen 453. In Frankreich repräsentierten die Studentinnen 12,5 Proz. der Gesamtstudentenschaft, in Deutschland derzeit nur 4,4 Proz.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: Dr. Friedrich Böhm an der Universität München für Mathematik.

Berufen: Fritz Lüty, Direktor des Vereins Chemischer Fabriken in Mannheim als etatsmäßiger Professor der anorganisch-chemischen Technologie an die Technische Hochschule Breslau.

Ernannt: Professor J. I. D. Hinds vom Peabody College in Nashville zum Professor der Chemie an der Cumberland-Universität, der a. o. Professor Dr. F. London der Mathematik an der Universität Bonn zum o. Professor ebenda, der Dozent an der Faculté des Sciences zu Lille Traynard zum Professor der Integralrechnung an der Faculté des Sciences von Besançon.

Verliehen: Professor Sir William Ramsay in London der Orden Pour le mérite, dem o. Professor der Mathematik an der Technischen Hochschule Karlsruhe Dr. Adolf Krazer der Titel Geheimer Hofrat.

Gestorben: Professor der Chemie Dr. Carl Bischof in Wiesbaden (nicht Riga, wie S. 736 angegeben) im Alter von 86 Jahren, der theoretische Physiker S. H. Burbury, Mitglied der Royal Society, im Alter von 80 Jahren, der frühere Professor der Chemie an der Universität Missouri, Dr. J. P. Schweitzer, 76 Jahre alt.

Gesuche.

Die Stelle eines

Assistenten

beim Lehrstuhl für Mechanik und Aerodynamik an der **Technischen Hochschule zu Aachen** ist **sofort zu besetzen.** Bewerber hat u. a. aerodynamische Modellversuche an einem Luftstromapparate zu machen. Gehalt 1650 M. Bevorzugt werden Physiker oder Maschineningenieure mit abgeschlossener akadem. Bildung.

Prof. **Reissner.**

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. Friedrich Krüger in Danzig-Langfuhr. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.